

Opgave 5.1

- (a) Leidt de uitdrukking voor $\mathcal{E}(\lambda, T)$ af uit die voor $\mathcal{E}(f, T)$ gebruikmakend van

$$\mathcal{E}(\lambda, T) d\lambda = \mathcal{E}(f, T) df.$$

- (b) Gebruik bijvoorbeeld Mathematica om de Planck curve als functie van $y = \lambda kT/hc$ te plotten.
- (c) Bepaal de waarde y_{\max} van het maximum en leidt de uitdrukking voor de $\lambda_{\max} T$ af. Check de numerieke waarde in mks eenheden.

Opgave 5.2

- (a) Gebruik

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

om te laten zien dat

$$\sum_{n=0}^{\infty} n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

en leidt hiermee de gemiddelde energie voor fotonen met een bepaalde frequentie af.

- (b) Beredeneer dat het uitgezonden vermogen per m^2 van een zwarte straler gelijk is aan $c\mathcal{E}$.
- (c) Gebruik

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

om te laten zien dat de Stefan-Boltzmann constante gelijk is aan

$$\sigma = \frac{8\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2}.$$

- (d) Gebruik

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^2}{e^x - 1} = 2\zeta(3) \approx 2,404$$

om een uitdrukking voor de dichtheid van fotonen in een zwarte straler af te leiden.

Opgave 5.3

- (a) Beschouw een mens als een volume met constante temperatuur. Bereken de uitgezonden energie per seconde en per oppervlakte van een mens bij lichaamstemperatuur.
- (b) Als de lichaamstemperatuur gelijk zou zijn aan de omgevingstemperatuur, dan zou er geen energietransport zijn. Gebruik dit om de opgenomen energie uit de omgeving te schatten bij 20 graden Celsius.
- (c) Bereken uit het verschil het vermogen van een mens. Klopt dit een beetje?

Opgave 5.4

Schat de (constante) dichtheid van materie (in kg/m^3 en in aantal protonen per cm^3) zoals die uit de rotatiekromme van M33 volgt.