

Hoofdstuk 5

De geschiedenis van het heelal

5.1 De oerknal

Een aantal aspecten van de krachten tussen deeltjes en de opbouw van de materie spelen ook een rol in de ontstaansgeschiedenis van het heelal. Het meest waarschijnlijke scenario voor de geschiedenis van het heelal is het oerknalscenario. Een van de belangrijkste aanwijzingen hiervoor is de door Edwin Hubble gevonden roodverschuiving in het licht van ververwijderde sterrenstelsels, gevolg van het Doppler-effect. Dit wijst op een met de afstand toenemende verwijderingssnelheid van sterrenstelsels op kosmische schaal wat kan worden toegeschreven aan een uitdijend heelal met $\dot{R}/R = H$, waarin $1/H = 13,7$ miljard jaar. De verwachting dat de gloed van de oerknal nog steeds zichtbaar moest zijn werd bevestigd met de ontdekking van de kosmische achtergrondstraling. Net zoals vlammen, gloeiende materialen en sterren afhankelijk van de temperatuur een karakteristiek spectrum (Planck verdeling, zie kader) van elektromagnetische straling uitzenden, doet het heelal dat ook. Voor de Zon met een oppervlaktetemperatuur van ongeveer 6000 graden ligt het maximum van deze verdeling bij golflengtes tussen 400 en 800 nm, het voor ons zichtbare spectrum van licht, evolutionair gezien niet verrassend. De door de COBE satelliet gemeten achtergrondstraling liet een perfecte Planck curve zien corresponderend met een temperatuur van 2,725 K voor het op dit moment dus al aardig afgekoelde heelal. Het maximum ligt dan in het gebied van radiogolven.

De homogeniteit in de achtergrondstraling is ongekend, beter dan welke lichtbron in het laboratorium. Denkend aan de oerknal als een explosie is dat helemaal niet vanzelfsprekend. Inhomogeniteiten in de verdeling van energie en impuls zouden zichtbaar moeten zijn. Het ontbreken hiervan wijst op een universumbrede gebeurtenis na de oerknal. De inflatie-theorie biedt hiervoor een oplossing. In een heel vroeg stadium is er bij het afkoelen een faseovergang opgetreden, waarbij er een nieuwe beginsituatie is ontstaan. Het wordt wel met een soort 'overkoken' van het heelal vergeleken waarmee we de homogeniteit kunnen begrijpen in de temperaturen die we zien wanneer we kijken in verschillende richtingen die vanuit een punt gezien niet causaal kunnen samenhangen. Als we maar nauwkeurig genoeg kijken zijn er wel variaties in de achtergrondstraling, waar we nog op terug komen.

Planck spectrum

De beschrijving van de spectrale verdeling van elektromagnetische straling bij een bepaalde temperatuur is een van de basis resultaten van de quantummechanica. Statische fysica en thermodynamica leren ons dat we bij een bepaalde temperatuur verwachten dat de kans op bezetting van een toestand met energie E evenredig afvalt met $e^{-E/kT}$ waar k de Boltzmann constante,

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8,6 \times 10^{-5} \text{ eV/K},$$

is. In feite is dit niets anders zeggen dan dat de gemiddelde energie

$$\bar{E}(T) = \frac{\int_0^\infty dE E e^{-E/kT}}{\int_0^\infty dE e^{-E/kT}} = kT,$$

wat uitstekend werkt voor een gas van deeltjes met een continuum van mogelijke (kinetische) energieën. Voor fotonen met bij gegeven frequentie f gequantiseerde energieën $E = n h f$ wordt dit echter

$$\bar{E}(f, T) = \frac{\sum_{n=0}^\infty n h f e^{-n h f / k T}}{\sum_{n=0}^\infty e^{-n h f / k T}} = \frac{h f}{e^{h f / k T} - 1}.$$

Om de totaal uitgezonden energie te vinden van een foton gas moeten we dit nog vermenigvuldigen met het aantal fotonen bij een bepaalde frequentie. Dat tellen gaat gemakkelijker door naar de impuls van een foton te kijken, dat is een vector met lengte $p = h f / c = h / \lambda$. Om te kunnen tellen moeten we nog wel weten waar we mee moeten vergelijken. De laagste frequentie is h/L , waar L de lengte van het systeem is. Dat is dan de één en tellen is sommeren over $p/(h/L) = pL/h$, wat in het continue geval integreren wordt, dus tellen wordt

$$\frac{L^3}{h^3} \int d^3 p \dots = \frac{V}{h^3} \int 4\pi p^2 dp \dots = \frac{V}{c^3} 4\pi f^2 df \dots$$

Rekening houdend met de twee mogelijke polarizaties van een foton vinden we na vermenigvuldiging met de gemiddelde energie $\bar{E}(f, T)$ een energiedichtheid (energie/volume) $\int df \mathcal{E}(f, T)$ met

$$\mathcal{E}(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \frac{1}{e^{h f / k T} - 1},$$

bekend staand als de Planck verdeling, waarbij het gebruik van de quantum uitdrukking voor de gemiddelde energie essentieel was. Als functie van de golflengte vinden we, gebruikmakend van $df = d(c/\lambda) = (c/\lambda^2)d\lambda$, de energiedichtheid $\int d\lambda \mathcal{E}(\lambda, T)$,

$$\mathcal{E}(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{h c / \lambda k T} - 1}.$$

Het maximum van deze verdeling ligt bij

$$\lambda_{\max} T = 2,9 \times 10^{-3} \text{ m K}.$$

beschreven in Weinberg's boek over de eerste 3 minuten van het universum.

Maar met onze kennis van de krachten kunnen we nog wat verder teruggaan. Zo zijn krachten die de deeltje-antideeltje symmetrie (C) schenden van wezenlijk belang om te begrijpen dat we nu in een heelal leven met alleen deeltjes en geen antideeltjes. In de figuur 5.1 is dit het eerste 'bekende' stadium dat we onderscheiden. Alhoewel het op het eerste gezicht misschien vreemd klinkt is de deeltje-antideeltje asymmetrie niet erg groot. Het verschil van deeltjes en antideeltjes gedeeld door de som van *alle* deeltjes en antideeltjes is in het huidige heelal ongeveer 10^{-9} . Het aantal antiprotonen en positronen is weliswaar niet noemenswaardig, maar als we over deeltjes praten moeten we natuurlijk wel alle deeltjes in beschouwing nemen en dan tellen fotonen (die zijn hun eigen antideeltje) en neutrino's en antineutrinos ook mee. Van al die deeltjes zijn er van de orde van honderden per cm^3 , dus 10^9 meer dan protonen. Overigens is de waargenomen (en ook niet begrepen) CP-schending in het standaard model van de elementaire deeltjes toch nog te klein om deze asymmetrie te begrijpen, dus hier liggen nog wel de nodige open vragen.

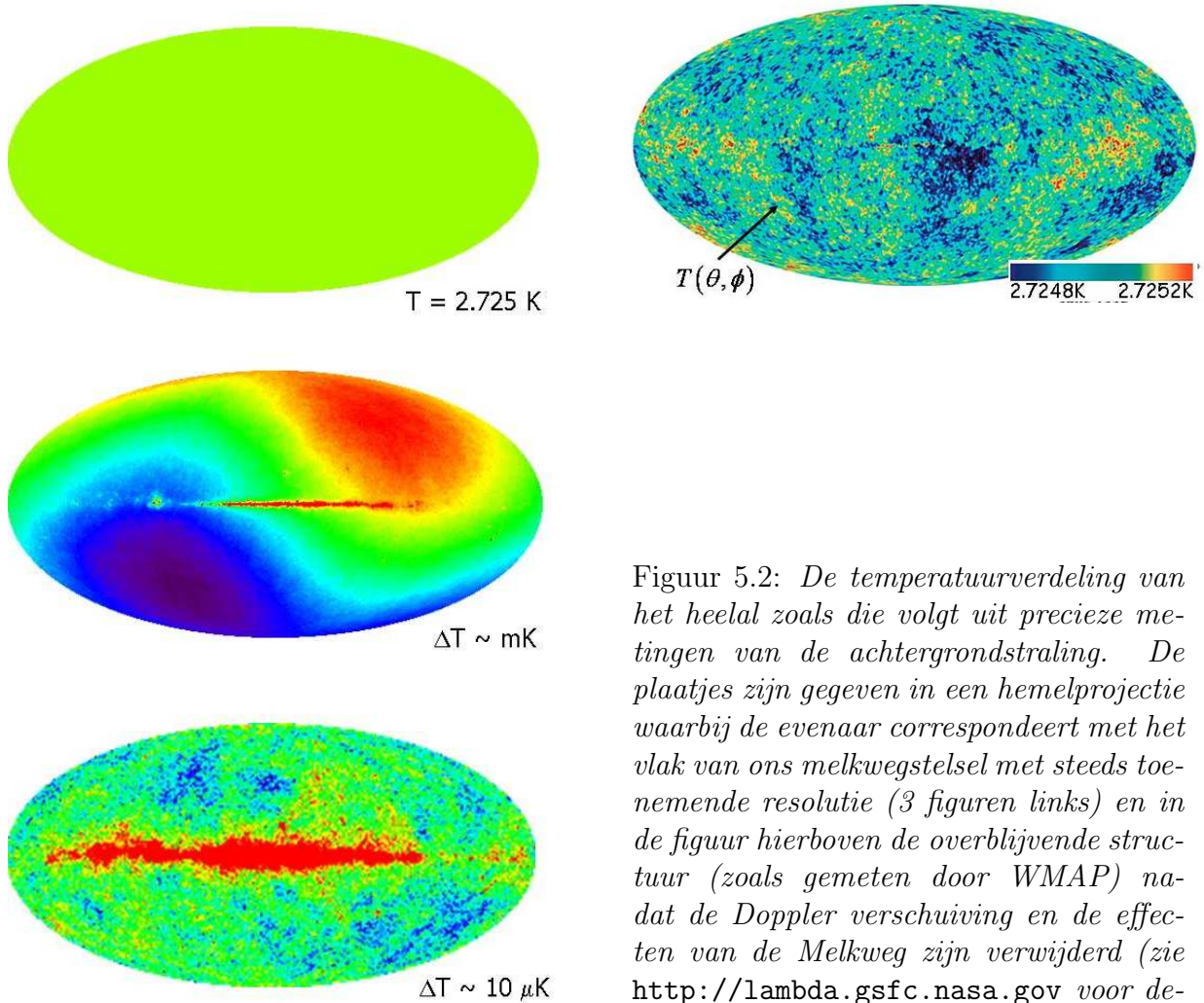
De formatie van hadronen en atoomkernen

In de volgende stadia komen we op bekender terrein. Als het heelal een leeftijd van $1 \mu\text{s}$ heeft bereikt zijn alle zware quarks (t, b, c en s) vervallen tot lichtere quarks. Dit is een gevolg van de zwakke wisselwerkingen. Maar met toenemende afstanden tussen de quarks beginnen de overgebleven u en d quarks de constante sterke kleurkracht te voelen. Ze combineren noodgedwongen in tripletten van quarks of quark-antiquark paren, waarbij uiteindelijk alleen protonen en neutronen overblijven. Een pion leeft bijvoorbeeld maar enkele μs . Van de leptonen blijven alleen de elektronen over. Muonen leven ook maar heel kort, ca. $2 \mu\text{s}$. Zelfs de neutronen beginnen te vervallen (die leven ca. 15 minuten). Maar hier komen de sterke wisselwerkingen om de hoek kijken en voordat ze allemaal vervallen zijn wordt een deel van de neutronen veilig opgeborgen in Helium atoomkernen (α -deeltjes). Met onze kennis van de sterke wisselwerkingen en de vervaltijd van het neutron kunnen we precies begrijpen hoe we op een verhouding van He:H van ongeveer 1:12 komen (massaverhouding 1:3), de in het heelal waargenomen verhouding, die door fusieprocessen maar een klein beetje veranderd is.

En toen werd het heelal doorzichtig

In dat heelal waarin nu atoomkernen H en He en via fusie enkele andere lichte atoomkernen zijn ontstaan, wemelt het verder van de fotonen, elektronen en neutrino's. De neutrino's zijn al ontkoppeld van de andere deeltjes, d.w.z. ze vormen een onafhankelijk gas van deeltjes dat in afgekoelde vorm nog steeds bestaat, naar verwachting overigens afgekoeld tot een iets lagere temperatuur van 1,95 K in vergelijking met de fotonen van de achtergrondstraling. De fotonen, elektronen en protonen botsen nog wel met elkaar en vormen een 'gloeiend' plasma. Dat verandert wanneer bijna 400 000 jaar na de oerknal de temperatuur voldoende is afgekoeld en elektronen en protonen combineren tot neutrale Waterstof-atomen of paren van elektronen en He-kernen tot neutrale Helium-atomen. Dan botsen de fotonen ook niet meer en vormen een onafhankelijk afkoelend gas van fotonen. Je zou kunnen zeggen dat het licht uitging en de gloed wegsterft. Dat is de nu waargenomen achtergrondstraling van microgolven met zo'n 400 fotonen/ cm^3 en een temperatuur van 2,725 K. Met het ontstaan van sterren en sterrenstelsels ging het licht

weer aan. Exploderende sterren, supernovae, produceerden zware elementen.

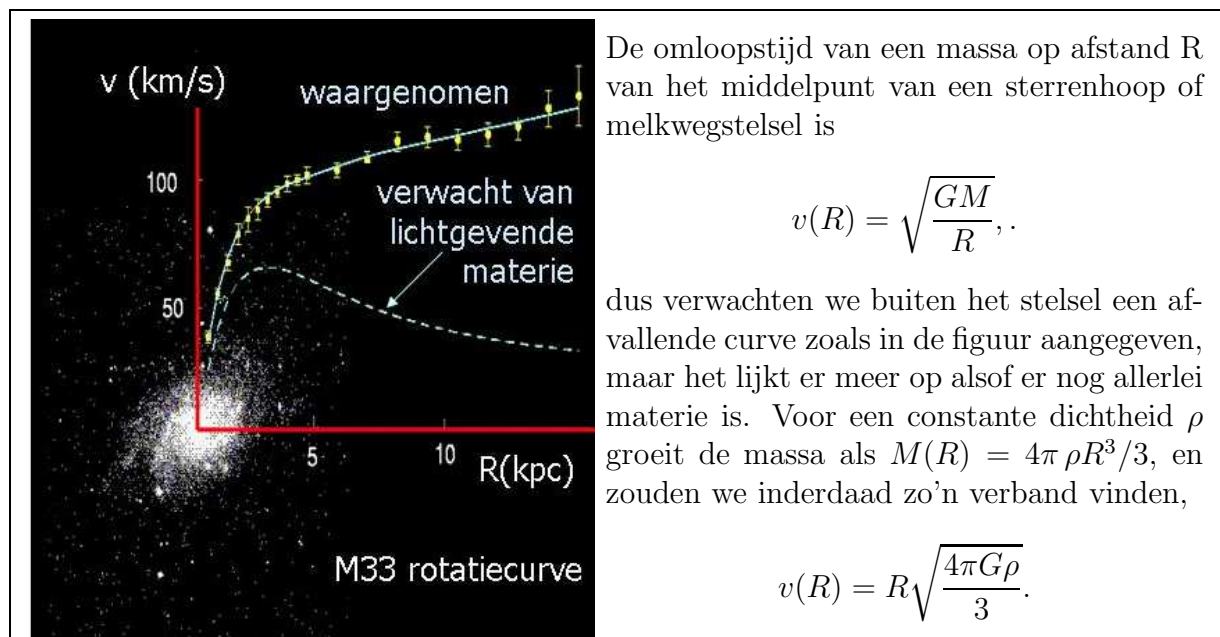


Figuur 5.2: De temperatuurverdeling van het heelal zoals die volgt uit precieze metingen van de achtergrondstraling. De plaatjes zijn gegeven in een hemelprojectie waarbij de evenaar correspondeert met het vlak van ons melkwegstelsel met steeds toenemende resolutie (3 figuren links) en in de figuur hierboven de overblijvende structuur (zoals gemeten door WMAP) nadat de Doppler verschuiving en de effecten van de Melkweg zijn verwijderd (zie <http://lambda.gsfc.nasa.gov> voor details en achtergronden).

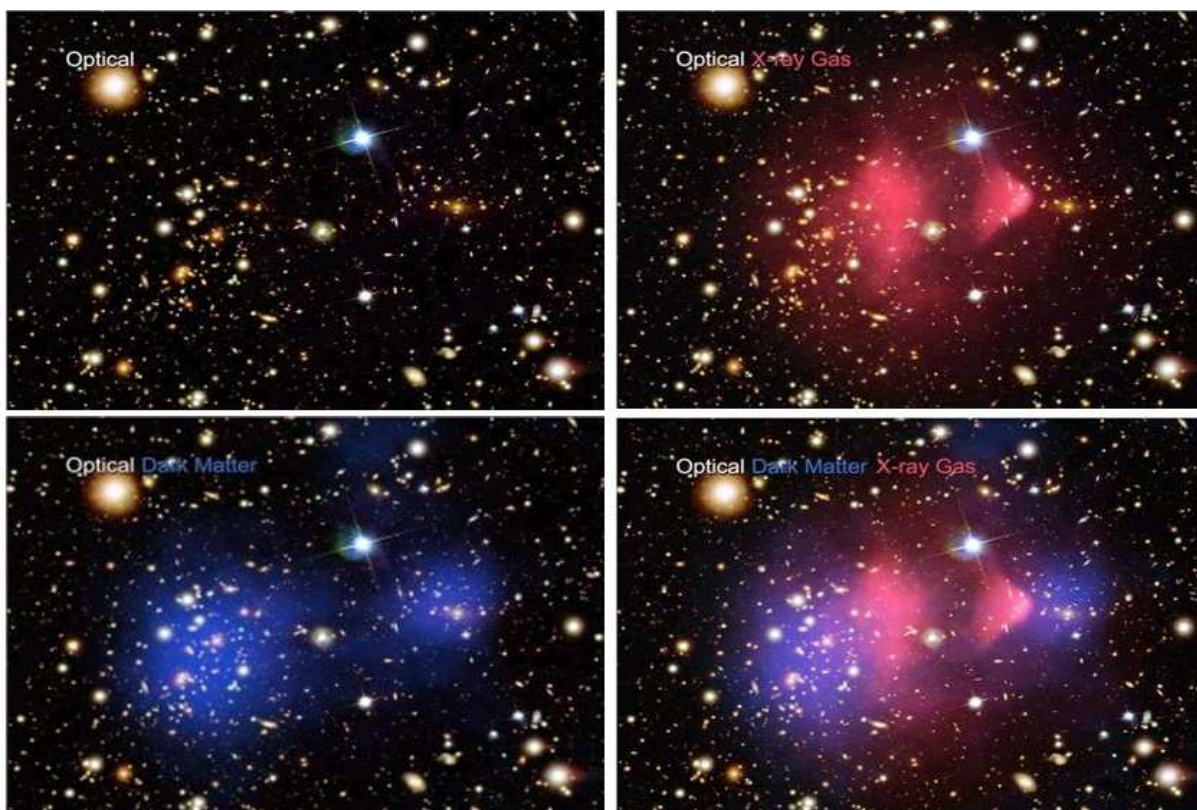
5.2 De temperatuur van het heelal

Het afkoelende heelal is het overblijfsel van de oerknal met een ongekende homogeniteit (zie figuur 5.2). In het eerste plaatje corresponderen schakeringen in kleur met 1 graad Kelvin. Dan zijn er geen variaties te zien. Deze homogene achtergrondstraling werd bij toeval ontdekt door Penzias en Wilson als een (ongewenste) ruis op de antennes waarmee ze naar het heelal luisterden. Met speciaal daarvoor geconstrueerde satellieten is het het gelukt om zeer nauwkeurig de spectrale verdeling van de achtergrondstraling en dus de temperatuur te bepalen. En daar zitten uiteindelijk toch fluctuaties in. Uit de metingen van de Cosmic Background Explorer (COBE) satelliet en met nog veel grotere precisie uit die van de Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) is een gedetailleerd beeld verkregen. Allereerst zien we dat er in het heelal een bijzonder referentiesysteem is, namelijk het ruststelsel van de oerknal. Wij bewegen in dat systeem en wel met een (bescheiden) snelheid van 600 km/s, wat tot gevolg heeft dat we in een bepaalde rich-

ting een roodverschuiving (lagere temperatuur) en in de tegenovergestelde richting een blauwverschuiving (hogere temperatuur) zien. Dit is zichtbaar in plaatje 2 van figuur 5.2 waar de kleurschakeringen corresponderen met een temperatuur-variatie van ongeveer 0,004 K ten opzichte van het gemiddelde. Ook valt dan een klein effect op langs de evenaar, die in de gekozen projectie correspondeert met het vlak van het melkwegstelsel. Na correctie voor het dipoolffect, moet de schaal weer behoorlijk aangepast worden voordat er weer variaties te zien zijn. Die komen tevoorschijn als de kleurschakeringen corresponderen met variaties van 10 μ K. Rond de evenaar zien we de effecten in het vlak van het melkwegstelsel, daarbuiten komen ze van de rand van het zichtbare heelal. Deze fluctuaties hebben typisch afmetingen van een halve graad, dat is ongeveer de afmeting van de Maan aan de hemel. Vervolgens is er een (kleinere) concentratie van fluctuaties bij afmetingen van 0,2 graden. Een dergelijke verdeling kan worden herleid naar de dynamica van een soep van protonen, elektronen en fotonen, het heelal van 300 - 400 000 jaar na de Big Bang, waarin het aantal fotonen vele ordes groter is dan de protonen. Nu is die verhouding ruwweg 10^9 met gemiddeld in het heelal zo'n 1 proton per m^3 en zo'n 10^9 fotonen. Nog kleinere fluctuaties, die typisch zo'n 0,1 graden bestrijken, zijn de eerste die toegeschreven kunnen worden aan de anisotropie in de verdeling van de materie (waterstof en helium) in het toenmalige heelal. Vooralsnog zijn daarin geen correlaties gevonden met het huidige heelal.



Ook de uitdijingsnelheid van het heelal blijkt niet constant te zijn. Door de roodverschuiving uit te zetten tegen de afstand bepaald uit 'gewone' afstandsmetingen waarbij gebruik gemaakt wordt van de bekende absolute helderheid van bepaalde types supernovae, lijkt het alsof de uitdijing enigszins toeneemt in de tijd. De resultaten van de temperatuurvariaties gecombineerd met uitdijingsnelheid van het huidige en vroegere heelal lijken een verrassend beeld van het heelal te geven. Het lijkt er op dat ons heelal plat is, d.w.z. de drie-dimensionale ruimte ligt niet op een meerdimensionale bol (zoals het twee-dimensionale aardoppervlak op de drie-dimensionale aardbol ligt). Vertrekkend in verschillende richtingen, kom je niet meer bij elkaar terug. Maar wat we zien in het heelal is zeker niet alles. Om het oerknalscenario en de platheid van ons heelal consistent

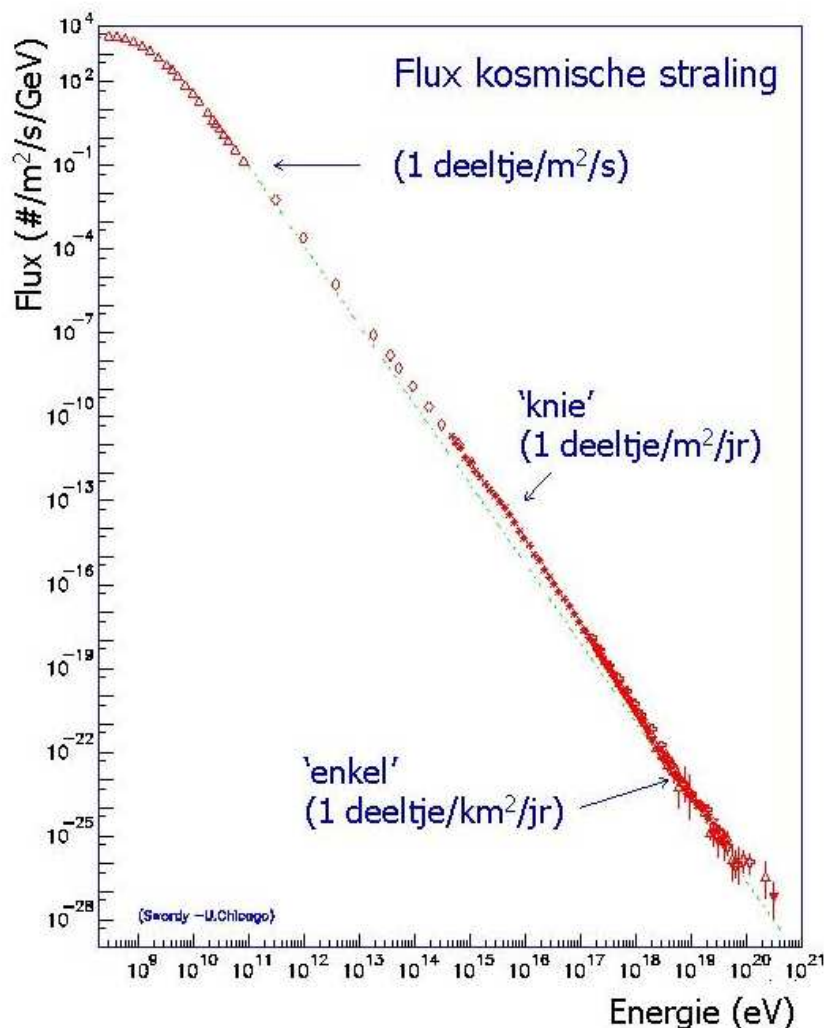


Figuur 5.3: *Aanwijzingen dat de aard van de extra materie in het heelal anders is dan de materie die elementaire deeltjesfysici tot nu toe hebben gevonden komt onder meer uit deze botsing van twee clusters van sterrenstelsels. Analyse van de beelden verkregen met zichtbaar licht (de als puntjes en vlekjes zichtbare melkwegstelsels, linksboven), die met röntgenstraling (de rode kogelvormige gebieden corresponderend met door elektromagnetische krachten afgeremde materie, rechtsboven) en het beeld verkregen uit de lenswerking op verder weg gelegen bronnen (blauwe gebieden, corresponderend met enkel voor gravitatie gevoelige materie, linksonder) geeft gesuperponeerd een verdeling van 4% 'gewone' materie met 0,5% daarvan sterren en ruim 20% onbekende materie die wel zwaartekracht voelt.*

te maken met Einstein's algemene relativiteitstheorie waarin de ruimte-tijd structuur gekoppeld wordt aan de materie- en energie-inhoud van het heelal, is er meer nodig. Wat we zien aan bekende deeltjes blijkt dan maar het topje van de ijsberg te zijn van de massa- en energie-inhoud van het hele heelal, slechts 4% en daarvan maar zo'n 0,5% als sterren en 3,5% is niet-lichtgevend stof. Vervolgens is er nog zo'n 22% aan donkere materie, niet lichtgevend en niet bestaand uit bekende materie, maar wel gevoelig voor zwaartekracht (zie figuur 5.3). Het bestaan van deze massa werd al langer vermoed omdat die kan verklaren waarom de omloopssnelheid in de buitendelen van melkwegstelsels correspondeert met veel meer massa dan die van de sterren en stofwolken. Tenslotte is er dan nog een bijdrage van ruim 70% in de vorm van *donkere energie*, te vergelijken is met de uniforme energiedichtheid van een gasbel ten opzichte van omringende vloeistof. Het is deze laatste die nodig is om de waargenomen toename van de uitdijingsnelheid te krijgen. Over de aard en oorsprong daarvan tasten we letterlijk nog in het duister.

5.3 Kosmische straling

Met gemiddeld minder dan 1 atoom per m^3 zou je denken dat je het heelal leeg kunt noemen, zeker als je het vergelijkt met de 10^{29} atomen per m^3 op Aarde. Maar we hebben ook al gezien dat deze aantallen maar betrekkelijk zijn, want het worden al heel wat meer deeltjes als je fotonen meeneemt, ook al is dat niet allemaal zichtbaar licht, maar zijn het overwegend laag-energetische microgolven vanwege de kosmische achtergrondstraling. Bovendien is er al de nog onbekende materie.



Figuur 5.4: Behalve licht komt er nog heel wat meer op ons af vanuit de kosmos, wat onder andere blijkt uit metingen aan kosmische straling. Het energiespectrum loopt tot ruim 10^{20} eV per deeltje, ook al zijn dat er bij de hoogste energieën nog maar heel weinig. Maar die hebben wel zoveel energie dat ze een regen van secundaire deeltjes produceren die we met detectoren die kilometers uit elkaar staan kunnen waarnemen en met elkaar kunnen correleren. Daar kun je zelfs de richting uit reconstrueren, zoals gebeurt in HISPARC metingen waar diverse middelbare scholen in Nederland aan deelnemen.

(Deze data zijn in een compilatie gebruikt voor het artikel J. Cronin, T.K. Gaisser and S.P. Swordy, *Sci. Amer.* 276 (1997) 44).

Al in het begin van de vorige eeuw wist men dat de metalen plaatjes van een elektroscop, die uit elkaar gaan staan als er lading op wordt aangebracht, konden worden ontladen door een radioactief preparaatje in de buurt te brengen. Ook de Aarde en materialen om ons heen zenden deze straling uit en ontladen na enige tijd een elektroscop. Theodor Wulf, een jezuïet en natuurkunde-leraar in Valkenburg onderzocht dit effect door het apparaat mee te (laten) nemen naar de top van de Eiffeltoren, maar ook daar ging de ontlading vrolijk door en werd zeker niet minder. Victor Hess probeerde het daarna in ballonnen en kwam tot de conclusie dat het effect juist sterker werd op grote hoogte,

waarmee hij de ontdekker werd van de kosmische straling. Wij worden voortdurend gebombardeerd door deeltjes afkomstig van buiten de Aarde. Deze maken bij botsingen in de atmosfeer weer nieuwe deeltjes, zoals de kortlevende muonen. Dat we deze op de grond nog kunnen detecteren is een gevolg van de tijdsdilatatie die bij hoge snelheden, dicht bij de lichtsnelheid, optreedt. Een stilstaand muon leeft maar $2 \mu\text{s}$, met de lichtsnelheid goed voor 600 m. Bij een voor muonen niet uitzonderlijke snelheid van 99,995% van de lichtsnelheid, zien wij hen maar liefst 100 keer langer leven. In die $200 \mu\text{s}$ kunnen ze zo'n 60 km afleggen.

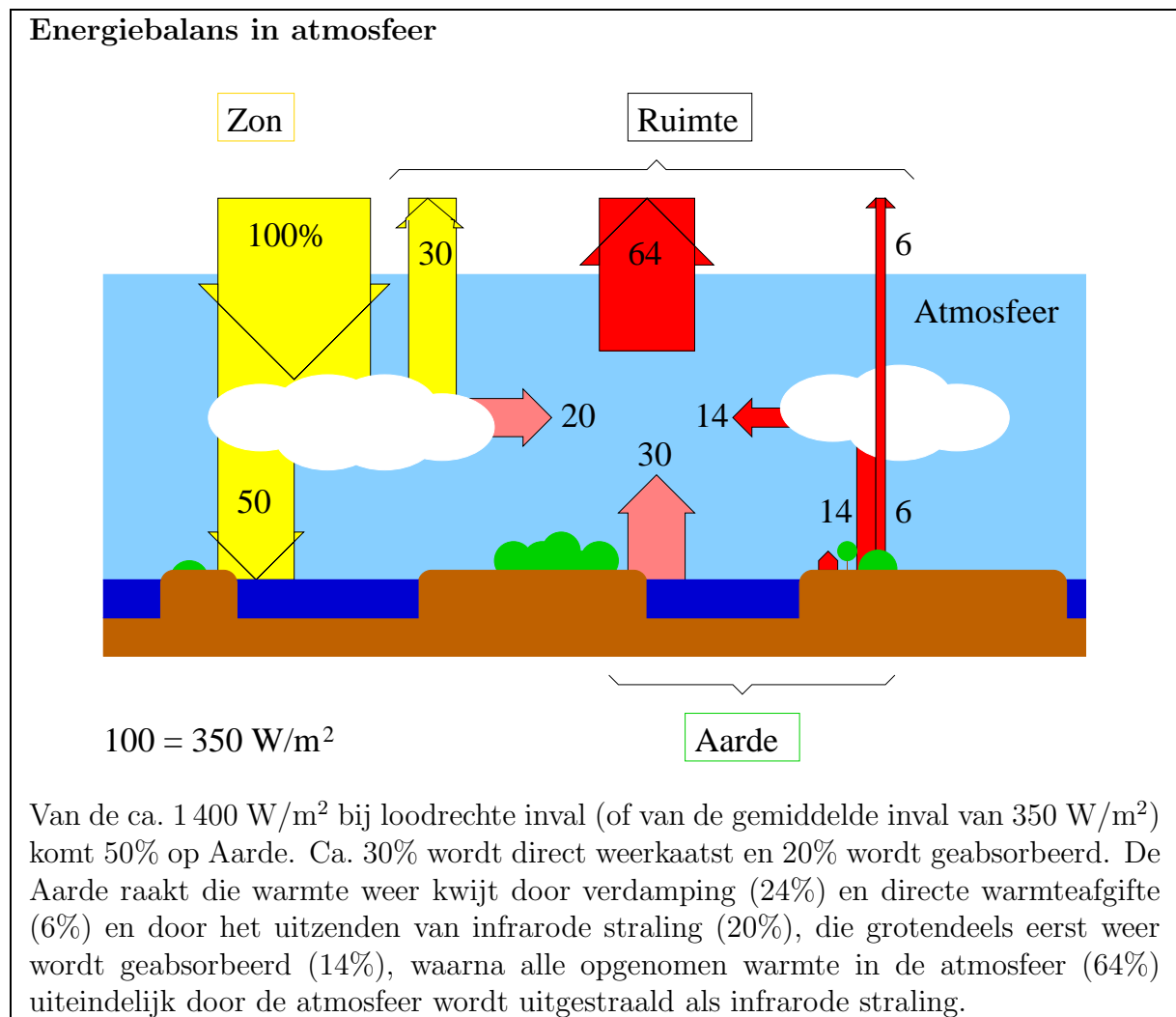
Juist de samenstelling van die kosmische straling (zie figuur 5.4) willen natuurkundigen en astronomen nu wel eens precies achterhalen. Deeltjesfysici hebben nog wel wat deeltjes in de aanbieding, deeltjes waarover ze speculeren als ze willen weten wat er ten grondslag ligt aan het standaard model. Misschien duiken er een paar op als volgend jaar de Large Hadron Collider bij CERN in Genève wordt aangezet. Dit zijn mogelijke kandidaten voor de donkere materie. Onderzoek met satellieten en ballonnen heeft al een tipje van de sluier opgelicht. Binnen grote foutenmarges lijkt de samenstelling van de kosmische straling tot 10^{17} eV (net voorbij de 'knie') op wat we kunnen verwachten als resultaat van de uitstoot van supernova explosies uit ons eigen melkwegstelsel, d.w.z. een samenstelling ongeveer identiek aan die van de materie in de buurt van de Zon, waaruit de planeten zijn gevormd. De knie in het spectrum wordt dan veroorzaakt doordat het mechanisme van deeltjesversnelling bij supernovae, het voortstuwen van deeltjes op het golffront van de explosie, niet 'langer' dan zo'n 100 000 jaar duurt.

Zeker ook interessant is het om te weten waar deeltjes met de allerhoogste energieën vandaan komen. Probleem daarbij is dat protonen met energie van meer dan zo'n 10^{20} eV hun energie verliezen door botsingen met de fotonen van de achtergrondstraling. Maar misschien zijn er wel neutrino's met hogere energieën. Neutrino's worden bovendien niet afgebogen door magnetische velden in de interstellaire ruimte, iets wat wel gebeurt met protonen en elektronen. Om kosmische straling bij ultra-hoge energieën te meten wordt gezocht naar correlaties tussen secundair geproduceerde deeltjes over oppervlakken van vele duizenden km^2 , waaruit de energie en richting van het primaire deeltje bepaald kan worden. Voor het detecteren van de secundaire deeltjes wordt bijvoorbeeld weer gebruik gemaakt van door die deeltjes geproduceerde radiostraling (LOFAR en AUGER). Het ultieme blijft natuurlijk de achtergrondstraling van gravitatiegolven uit de kosmos te meten.

Hoofdstuk 6

Samen meer: complexiteit

In het voorgaande is een sterk reductionistische aanpak gebezigd. Maar dat is zeker niet het enige relevante in de natuurkunde. Met name als het aantal vrijheidsgraden toeneemt, bijvoorbeeld doordat we met veel deeltjes te maken hebben of omdat er voor deeltjes veel toestanden mogelijk zijn, komen er een allerlei andere aspecten aan de orde. Nog steeds blijven basisconcepten van groot belang. Bijvoorbeeld ook in een complex systeem als onze atmosfeer is het mogelijk de energiebalans op te maken (zie kader).



Terwijl voor één deeltje energiebehoud een rechtlijnige beweging met constante snelheid impliceert, moeten we daar anders mee omgaan bij een ensemble van deeltjes. Zelfs voor drie deeltjes die elkaar voelen via de zwaartekracht blijkt bijvoorbeeld de regelmaat in de onderlinge beweging te verdwijnen en krijgen we een chaotisch systeem. Dat wil zeggen een systeem waar een miniem verschil in de beginsituatie kan uitgroeien tot volledig verschillende eindsituaties. Weer en klimaat zijn hier ook prachtige voorbeelden van. Uit ervaring weten we echter ook wel dat er wel degelijk ook systematiek in complexe systemen te zien is. Ons zonnestelsel is bijvoorbeeld redelijk stabiel. Ook in weerpatronen is een heleboel regelmaat te zien. Dus ook in een op het eerste gezicht complex systeem, zoals de atmosfeer, is best orde te brengen in de chaos.

Entropie

Voor systemen met veel deeltjes komen we concepten tegen als *temperatuur* en *entropie*. Temperatuur, samenhangend met de gemiddelde kinetische energie per vrijheidsgraad, zijn we al tegengekomen bij de beschrijving van de geschiedenis van het heelal. In de thermodynamica is het aantal mogelijke toestanden waarin het systeem kan zijn een andere belangrijke grootte. Dit bepaalt de entropie van het systeem. Terwijl de energie van een afgesloten systeem niet verandert, kan de entropie juist niet afnemen (dus die blijft gelijk of neemt toe). Dat gebeurt zelfs als je dat op het eerste gezicht niet zou verwachten. In eerste instantie lijkt de biosfeer van de Aarde met daarop het leven een steeds geordender systeem te worden. Maar de biosfeer vormt zeker geen afgesloten systeem. Er komt energie binnen, voornamelijk van de Zon in de vorm van straling met golflengtes corresponderend met een Planck verdeling van 6 000 K. Er verdwijnt weer ongeveer evenveel energie, maar dat in de vorm van straling met golflengtes corresponderend met een Planck verdeling met veel lagere temperatuur van zo'n 300 K. Dat betekent onder meer veel meer fotonen. Kortom, inderdaad is de entropie van DNA veel lager dan dat van de afzonderlijke atomen waaruit het is opgebouwd. Toch neemt in het volledige systeem van biosfeer inclusief binnenkomende en uitgaande fotonen de entropie toe.

Afschattingen

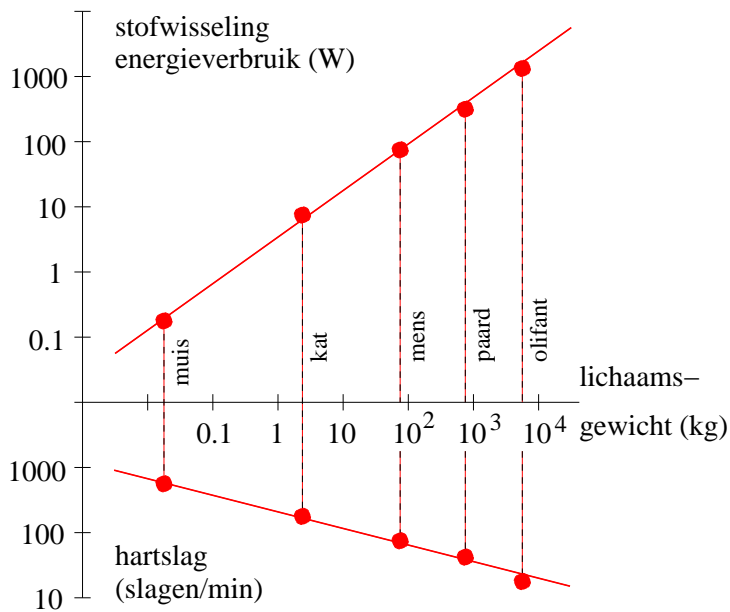
Voor complexe systemen zijn ook vaak afschattingen te maken; wat te verwachten? Zo spelen in planten, dieren en onze wereld chemische processen een essentiële rol. De energieën op microscopisch niveau van atomen en moleculen zijn van de orde van eV's. Wanneer we de elektronvolt met het getal van Avogadro vermenigvuldigen,

$$N_{\text{av}} \times (1 \text{ eV}) = 100 \text{ kJ},$$

krijgen we de energie die correspondeert met chemische processen in een dergelijke hoeveelheid moleculen, dat betekent afhankelijk van het molecuulgewicht in hoeveelheden van een tiental grammen of zo. Ons energieverbruik per dag voor de stofwisseling, 8 500 kJ, correspondeert dan met omzettingen in hoeveelheden van de orde van een kilogram, wat qua orde van grootte wel aardig lijkt te kloppen.

Wanneer we naar atoomkernen gaan, worden de ordes van grootte van de bindingsenergie (per nucleon) MeV's. Eenzelfde afschatting geeft via

$$N_{\text{av}} \times (1 \text{ MeV}) = 100 \text{ GJ},$$



Figuur 6.1: *Het energieverbruik voor de (rust)stofwisseling bij zoogdieren als functie van het lichaamsgewicht (massa) is gegeven in nevenstaande figuur (boven), waarbij logaritmische schalen zijn gebruikt. Het verband is*

$$\text{energieverbruik} \sim M^{3/4},$$

dus toenemend, maar niet evenredig met het lichaamsgewicht. De hartslag neemt juist af als

$$\text{hartritme} \sim M^{-1/4},$$

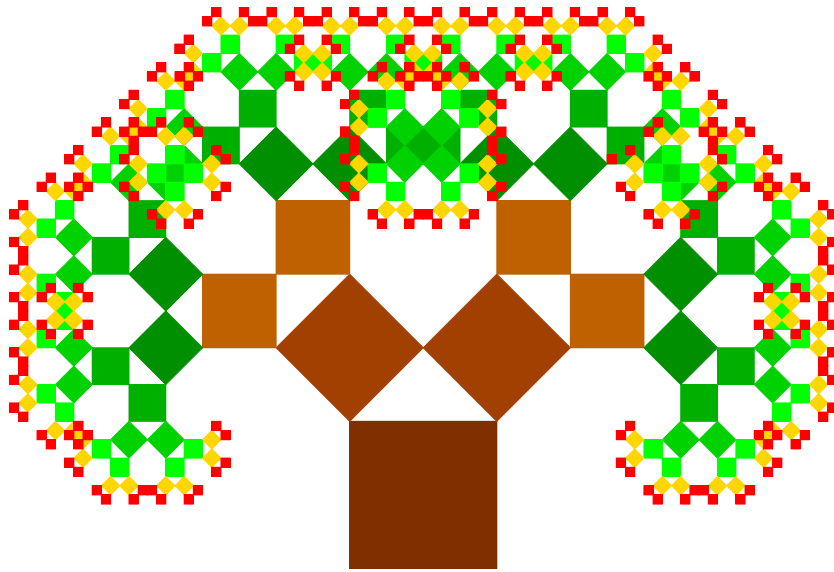
grafisch weergegeven in het onderste deel van de figuur.

wat dan correspondeert met de energie die per gram materiaal is te winnen via kernsplijting in reactoren. Dit is van de orde van grootte van het jaarverbruik van een persoon, wat met 10 kW verbruik uit zou komen op 300 GJ.

Schaalwetten

Ook blijken er tussen complexe systemen vaak verrassend eenvoudige relaties te zijn, die soms een direct gevolg zijn van 'gezond verstand gebruiken', maar die soms op onderliggende principes duiden. Een bekend voorbeeld van gezond verstand gebruiken is de relatie tussen pootdiktes van muizen en olifanten, die allermindst in properties staan tot de typische lineaire afmetingen (lengte, breedte of hoogte). Maar dat is logisch zal iedereen zeggen: om niet door de poten te zakken zal het pootoppervlak evenredig met het gewicht Mg moeten toenemen, en dus de poot-diameter met de wortel van de massa M . De massa zal met het volume toenemen en dat gaat ruwweg als de derde macht van de lineaire afmeting L , dus pootdiameter $\sim M^{1/2} \sim L^{3/2}$. Bijvoorbeeld een olifant is wat hoogte/lengte/breedte betreft zo'n 64 maal groter dan een muis, waarbij we de faktor $64 = 2^6$ voor het gemak hebben genomen (zeg orde van 5 m tegenover 8 cm). Dat correspondeert met een volume en massaverhouding van $64 \times 64 \times 64 = 2^{18}$, ruim 16 000 (zeg orde van 5 000 kg tegenover 30 gram). Volgens bovenstaande schaalwet verwachten we een verhouding van pootdiameter van $2^9 \approx 500$ (zeg 0,5 - 1 meter tegen 1 - 2 mm), wat inderdaad redelijker klinkt dan wat je krijgt door een eenvoudig schaling met de lengteverhouding van 64, wat voor een tot olifanten-afmetingen 'opgeschaalde' muis een pootdiameter van 6,5 - 13 cm zou opleveren. De opgeschaalde muis zou dan ook door zijn poten zakken.

Maar er zijn ook een heleboel universele schaalwetten voor 'levende wezens' die niet vanzelfsprekend zijn en die biologen *en* fysici bezig houden (zie bij literatuur genoemde artikel van G.B. West). Een voorbeeld is het verband tussen het energieverbruik voor de ruststofwisseling en het lichaamsgewicht, geïllustreerd in figuur 6.1. Dit voor zoogdieren



Figuur 6.2: *De boom van Pythagoras laat zien, hoe een eenvoudig zich zelf herhalend voorschrift een complexe structuur kan opleveren.*

door Max Kleiber al in 1932 beschreven verband kan zelfs worden doorgetrokken naar koudbloedige dieren en eencellige organismen, al zijn er daar nog wel discussies gaande over de precieze relatie. Zonder hier verder in te gaan op dit soort schaalwetten, is het wel interessant om te kijken naar combinaties van dit soort relaties. Combinatie van de toename van energieverbruik als $M^{3/4}$ en afname van hartslag als $M^{-1/4}$ levert de interessante conclusie op dat de voor de ruststofwisseling benodigde energie per hartslag evenredig met M toeneemt, niet onlogisch toch. Een andere interessante combinatie is de afname van de hartslag met $M^{-1/4}$, die ongeveer gecompenseerd wordt met eenzelfde toename van levensduur met $M^{1/4}$, met als eindresultaat dat het totaal aantal hartslagen gedurende een leven gaat als $M^0 = 1$, d.w.z. onafhankelijk is van M , oftewel het totaal aantal hartslagen gedurende het leven is voor alle zoogdieren ruwweg hetzelfde.

Andere prachtige voorbeelden van schaalwetten zijn die tussen spanwijdte van vleugels, snelheden en massa's van vogels, relaties waar ook vliegtuigen niet onderuitkomen (zie boek van H. Tennekes).

Patronen, topologie, fractale dimensie, zelf-organisatie, ...

Er zijn nog een heleboel andere aspecten die samenhangen met complexiteit. Bijvoorbeeld, patroonvorming en de daaraan ten grondslag liggende principes. Zo is de boom van Pythagoras (zie figuur 6.2) een voorbeeld van complexiteit waar een uitermate simpel voorschrift aan ten grondslag ligt. Cellulaire automaten, zoals systemen van 'cellen' waarin het 'overleven van cellen' aan hun omgeving gekoppeld wordt, kunnen prachtige complexen opleveren. Anderzijds kunnen ingewikkelde structuren (bijvoorbeeld knopen) in een beperkt aantal klassen worden ingedeeld. Aan zich herhalende en verfijnende structuren, zoals kustlijnen of groeiende clusters kunnen fractale dimensies worden toegekend. Het vouwen van DNA, de spiraalstructuur van melkwegstelsels, allemaal voorbeelden van structuren waar we zeker nog niet uit zijn.

Fascinerend is dat elementaire principes en natuurwetten bruikbaar en geldig zijn van klein tot groot, van atoom tot kosmos, welke kant je ook omgaat.