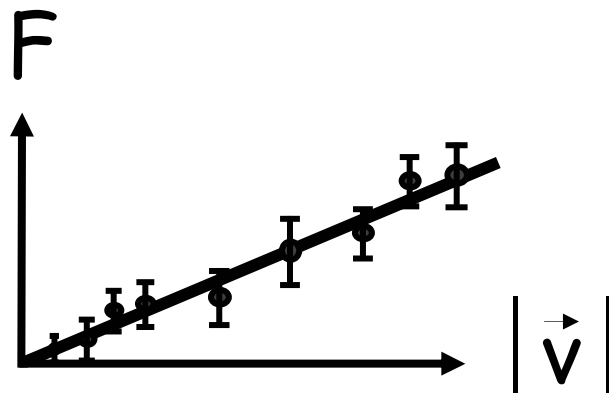
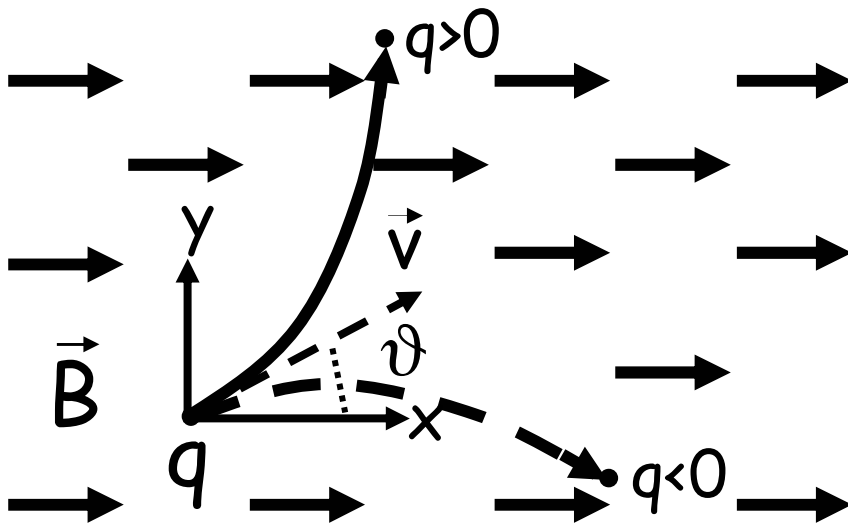


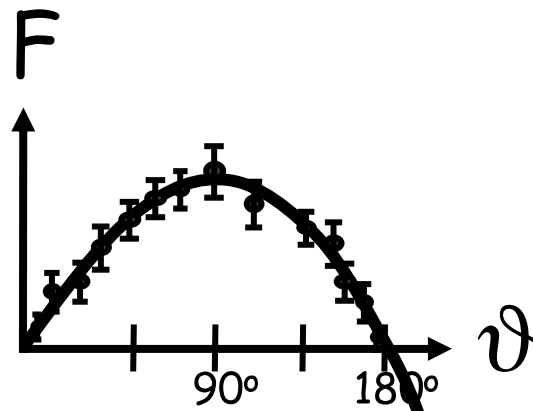
Lorentzkracht

Experiment

- $F \propto v$ eld B
- $F \propto$ lading q
- $F \propto$ snelheid v
- $F \propto \sinus \angle(\vec{v}, \vec{B})$
- $\vec{F} \perp \vec{v}$ en $\vec{F} \perp \vec{B}$



$$\Rightarrow F \propto |\vec{v}|$$



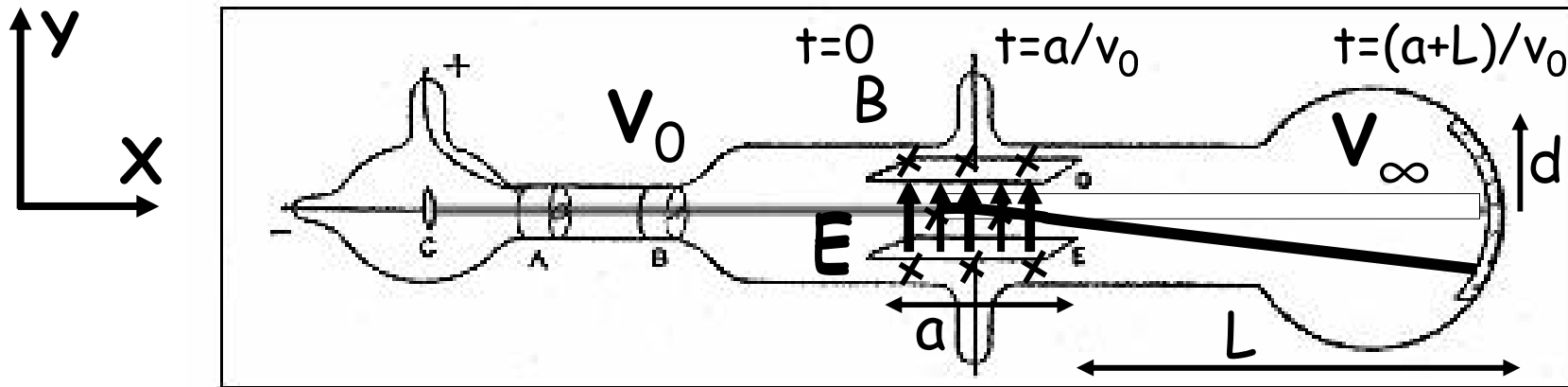
$$\Rightarrow F \propto \sin \vartheta$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/kap21/cd533capp.htm>

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/emField/emField.html>

Ontdekking elektron (1897 J.J. Thomson)



Afbuiging voor $\begin{cases} \vec{E} \neq \vec{0} \\ \vec{B} = \vec{0} \end{cases}$

$$\vec{v}_{t=0} \equiv \vec{v}_0 = v_0 \hat{i} \quad (\text{begin snelheid})$$

$$\vec{v}_{t=a/v_0} \equiv \vec{v}_\infty = v_0 \hat{i} + \int_0^{a/v_0} \frac{eE}{m} \hat{j} dt = v_0 \hat{i} + \frac{eEa}{mv_0} \hat{j}$$

$$d \equiv v_y \cdot \Delta t_{a \rightarrow a+L} = \frac{eEaL}{mv_0 v_0} \Leftrightarrow \frac{e}{m} = \frac{v_0^2 d}{EaL}$$

Geen afbuiging voor $\vec{E} \perp \vec{B}$

$$\Rightarrow \vec{0} = e\vec{E} + e\vec{v}_0 \times \vec{B}$$

$$\Leftrightarrow |\vec{v}_0| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$$

Combinatie levert e/m
voor het elektron!

V.b. deeltje in uniform B-veld

Deeltje met:

- lading q , massa m en snelheid v

$$t = 0: \begin{cases} \vec{r} \equiv \vec{0} \\ \vec{v} \equiv v\hat{i} \end{cases}$$

$$\text{Newton: } \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = qBv_y\hat{i} - qBv_x\hat{j} = m \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + m \frac{dv_y}{dt}\hat{j} \Rightarrow$$

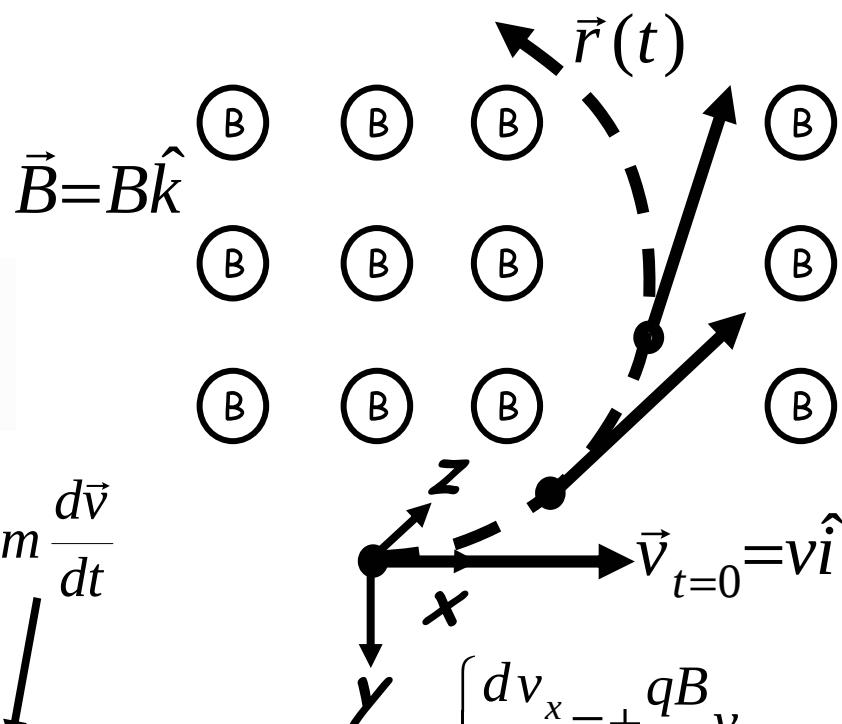
$$x(t) \text{ b.v.: } \frac{d^2v_x}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x \Rightarrow v_x(t) = v \cos\left(\frac{qBt}{m}\right) \Rightarrow x(t) \equiv \int_0^t v_x(t') dt' = \frac{mv}{qB} \sin\left(\frac{qBt}{m}\right)$$

Cyclotron frequentie: $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$

Beschrijft cirkelbaan met ($v \perp B$):

- straal $R = mv/|q|B$
- periode $T = 2\pi m/|q|B$

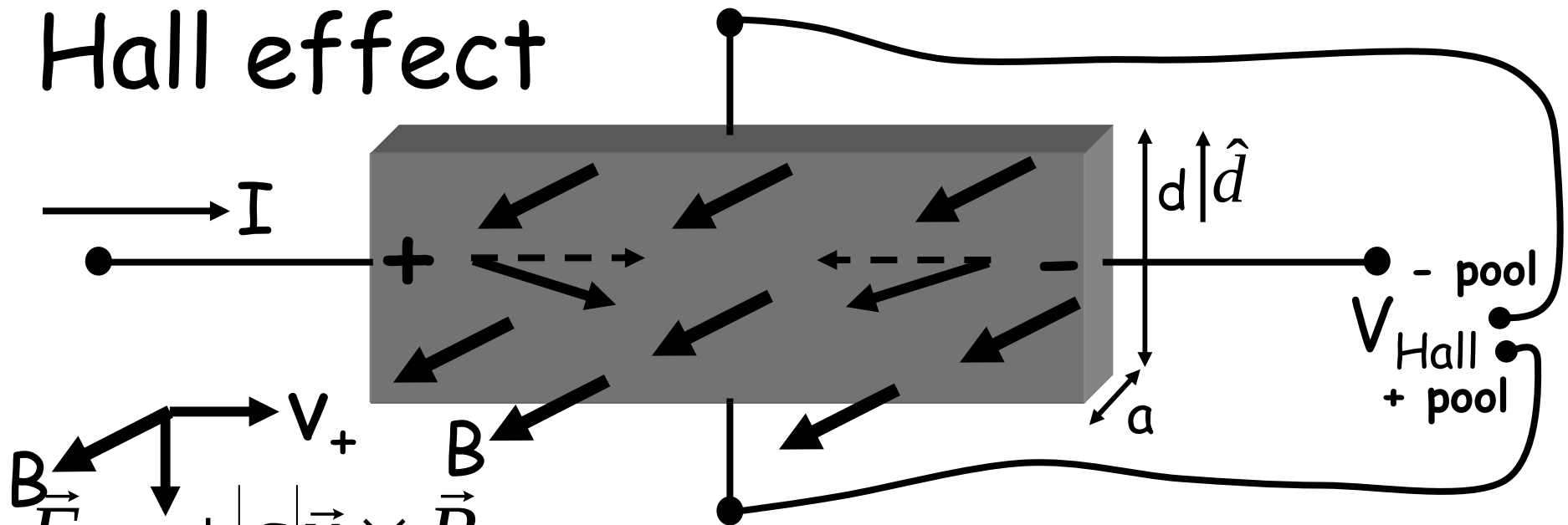
Algemeen geldt: $R = mv_{\perp}/|q|B \equiv p_{\perp}/|q|B$



$$x(0) = 0$$

$$y(t) = \frac{mv}{qB} \cos\left(\frac{qBt}{m}\right) - \frac{mv}{qB}$$

Hall effect



$$\vec{F} = +|q|\vec{v} \times \vec{B}$$

$\Rightarrow$ afbuiging $q=+/- \Rightarrow$ E-veld: E_{Hall}

$$\vec{F} = -|q|\vec{v} \times \vec{B}$$

Voor $q=+/-$:

- dichtheid: N

- lading: q

- snelheid: v

$$\Rightarrow I = Nq \cdot a \cdot v \text{ [C/s]}$$

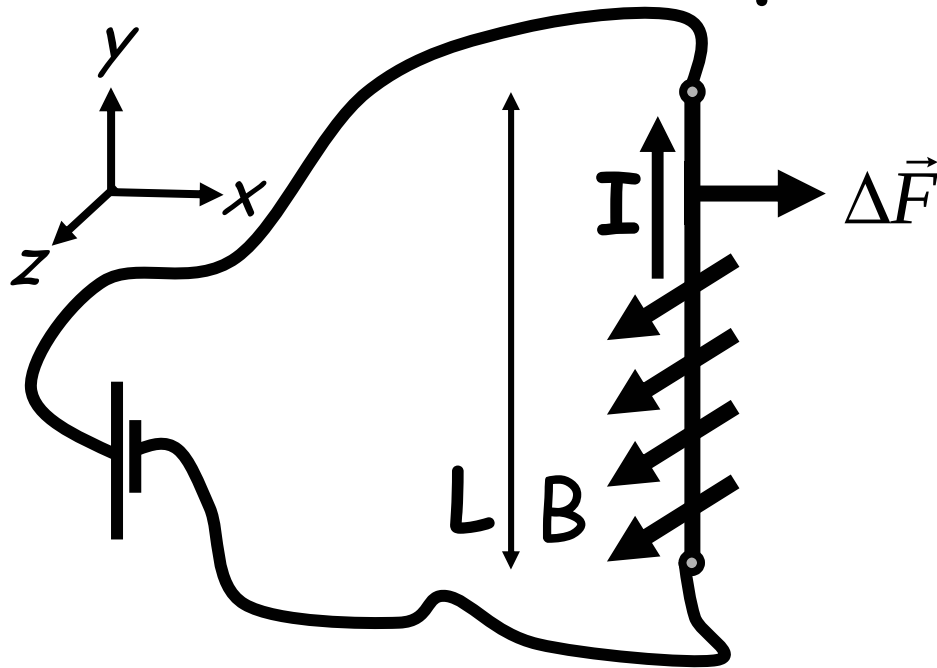
$$\vec{0} = \vec{F}_{elec} + \vec{F}$$

Dus: $V_{Hall} < 0 \Rightarrow q$ negatief

$V_{Hall} > 0 \Rightarrow q$ positief

$$\Rightarrow E_{Hall} = \frac{|qv|}{q} B = \frac{I}{Nad} \frac{B}{q} \Rightarrow V_{Hall} = d E_{Hall} = \frac{IB}{Nqa}$$

V.b. kracht op een stroomdraad



Situatie:

- uniform B-veld
- draadstuk L stroom I

Gevraagd:

- kracht F op draadstuk

$$\vec{B} = B\hat{k}, \quad \vec{I} = I\hat{j} \quad \text{en} \quad \vec{I} = \lambda\vec{v}$$

$$\text{met: } \begin{cases} \lambda: \text{lijnlading [C/m]} \\ \vec{v}: \text{snelheid [m/s]} \end{cases}$$

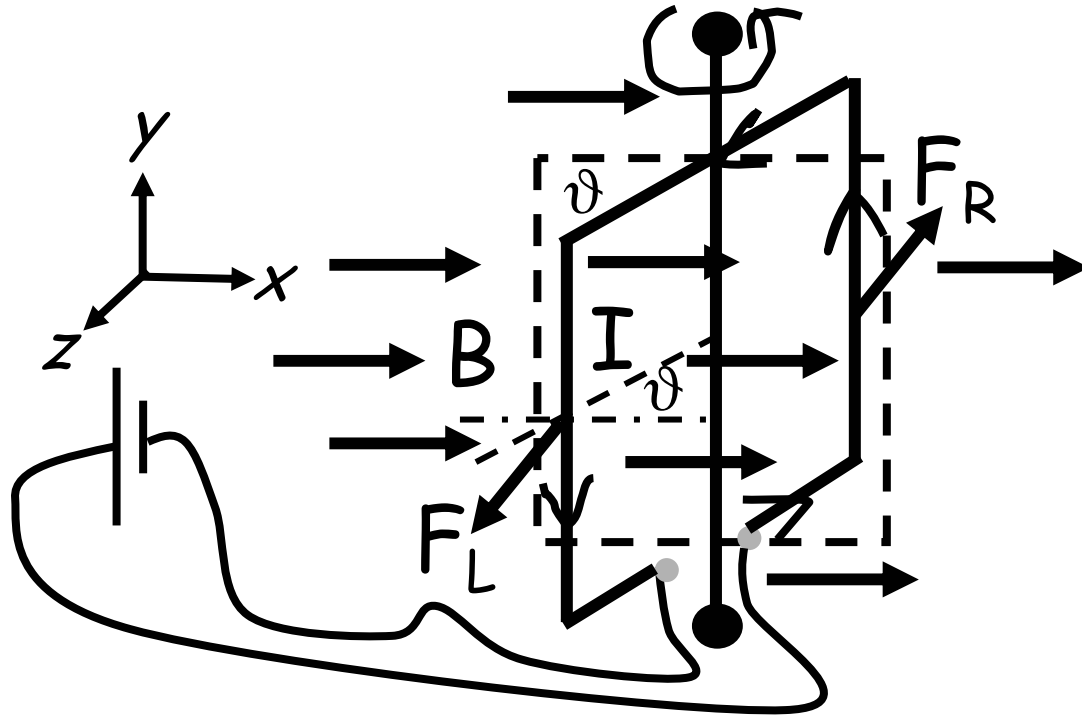
$$\Delta\vec{F} = (\Delta q)\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\rightarrow (\lambda\Delta l)\vec{v} \times \vec{B} = (\lambda\Delta l)vB\hat{i} \Rightarrow \vec{F} = \hat{i} \int \lambda v B dl = \hat{i} \lambda v BL = \hat{i} IBL$$

lijnstuk

$$\text{Samenvattend: } \Delta\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B} \quad \text{en} \quad |\vec{F}| = IBL$$

V.b. draaimoment stroomlus



Kracht :
$$\begin{cases} \vec{F}_L = +BIL\hat{k} \\ \vec{F}_R = -BIL\hat{k} \end{cases} \quad \vec{F}_L + \vec{F}_R = \vec{0}$$

Draaimoment: $\tau = BIL^2 \cos \vartheta$ (A&F: $\vartheta \rightarrow \pi - \vartheta$)

($\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$, $|\vec{m}| \equiv I \cdot \text{oppervlak stroomlus}$)

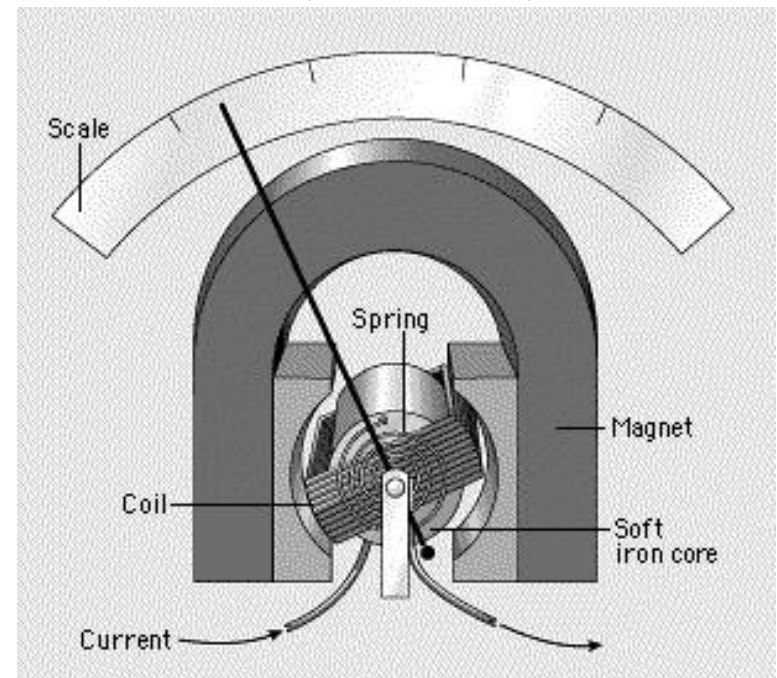
$\Rightarrow$ draadlus wil $\perp$ B-Veld

Situatie:

- uniform B-veld
 - draadlus $L \cdot L$ stroom I
- Gevraagd:

- moment τ op draadlus

Galvano (stroom) meter



VII Wat heb ik geleerd?

Magneet N of Z

N

Lorentzkracht

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Kracht, $\vec{B}$ -veld

$$\vec{F} = \int_{\text{stroom}} \vec{I} \times \vec{B} dl \rightarrow I \int_{\text{stroom}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

- Hall effect
- e/m elektron
- Torsie op stroomlus

Inhoud

Magnetostatica

1. Lorentz kracht en magnetisch veld
- 2. Wet van Biot-Savart
3. Wet van Ampère
4. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ & $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
5. Magnetische velden in materie: magnetisatie

PFSAE:

- Wet van Biot-Savart: §27.2

$I = \text{constant gegeven} \Rightarrow B\text{-veld}$



Wet van Biot-Savart

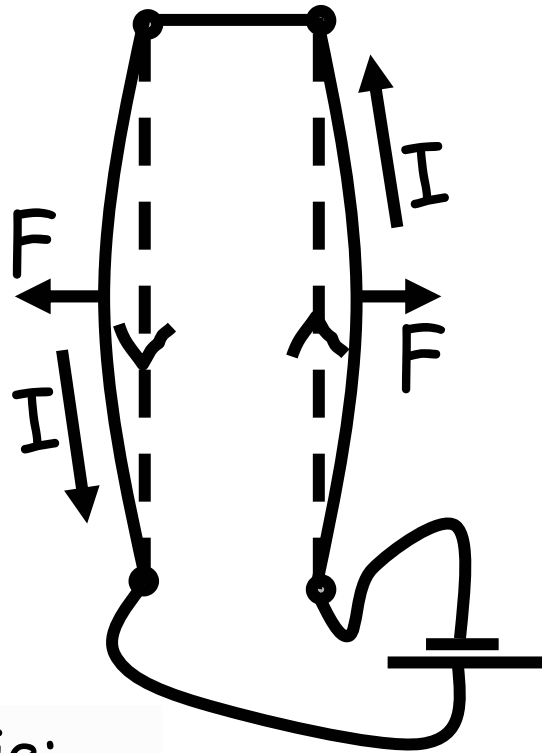
De elektrische stroom I

Het verband tussen stroom I en veld B

Voorbeelden

V.b. kracht tussen stroomdraden

Experiment A



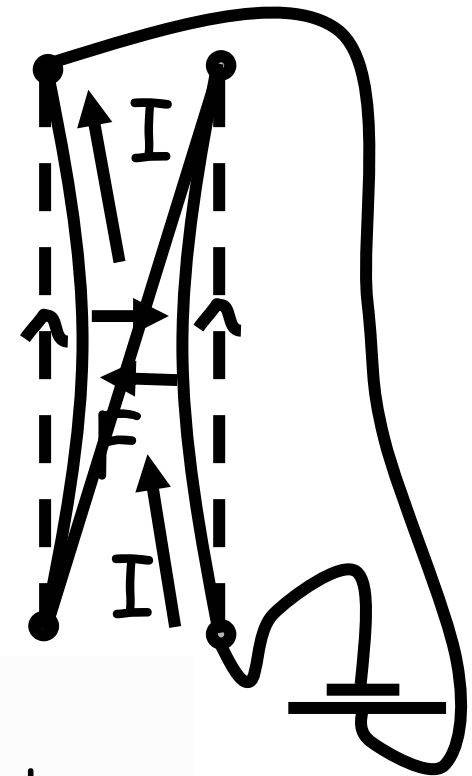
Observatie:

- afstoting

Uitleg:

- elektrisch?

Experiment B



Observatie:

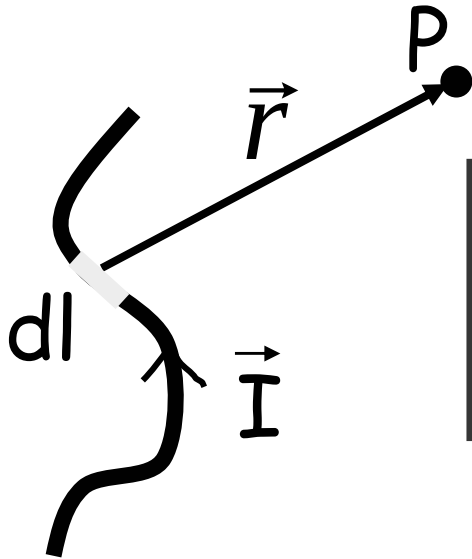
- aantrekking!

Uitleg:

- niet elektrisch!
- Magnetisch? Ja!

Wet van Biot-Savart: experiment

Elektrische stroom $\Rightarrow$ magnetisch veld!



$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{lijn}} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{lijn}} dl \frac{\vec{I} \times \hat{r}}{r^2}$$

- permeabiliteit:

$$\mu_0 \equiv 4\pi * 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

- permittiviteit:

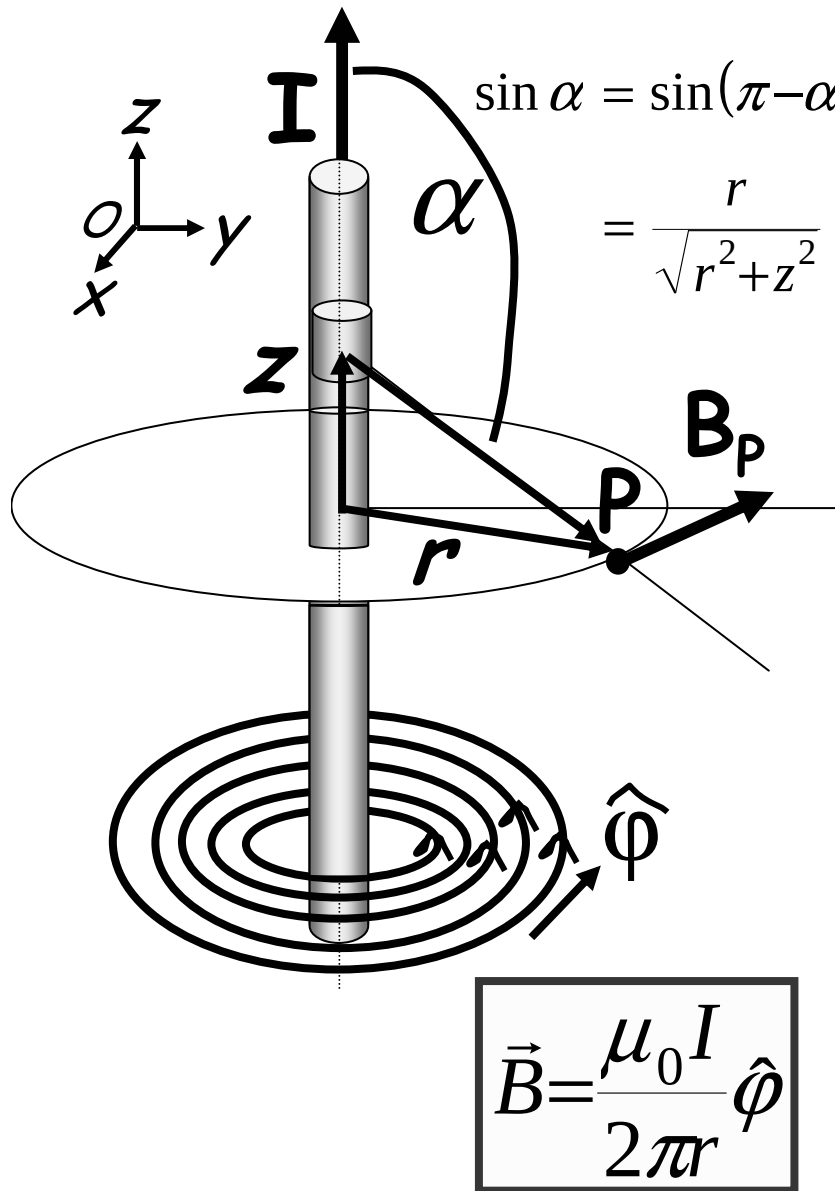
$$\epsilon_0 \equiv \frac{1}{4\pi * 10^{-7} c^2} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Samenhang:

- elektrostatica: ladingen
- magnetostatica: stromen

$$1/\epsilon_0 \mu_0 = c^2 \quad [m^2/s^2]$$

V.b. B-veld ∞ lange draad



Berekening B-veld:

Nadenken:

- Cilindersymmetrie: $(r\phi z)$
- B in azimuthale (ϕ) richting

Rekenen:

$$\begin{aligned}
 |\vec{B}_P| &= \left| \int_{\text{lijn}} d\vec{B}_\phi \right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[r^2 + z^2]} \sin \alpha \\
 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[r^2 + z^2]} \frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}} \\
 &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{z}{r \sqrt{r^2 + z^2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{2\mu_0 I}{4\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}
 \end{aligned}$$

V.b. kracht tussen stroomdraden

Situatie:

- stroomdraden met I_1 en I_2
- afstand R_{12} , draadlengten $L \gg R_{12}$

Gevraagd:

- kracht op draad 2

Slim/snel antwoord:

- B-veld draad 1 op draad 2:

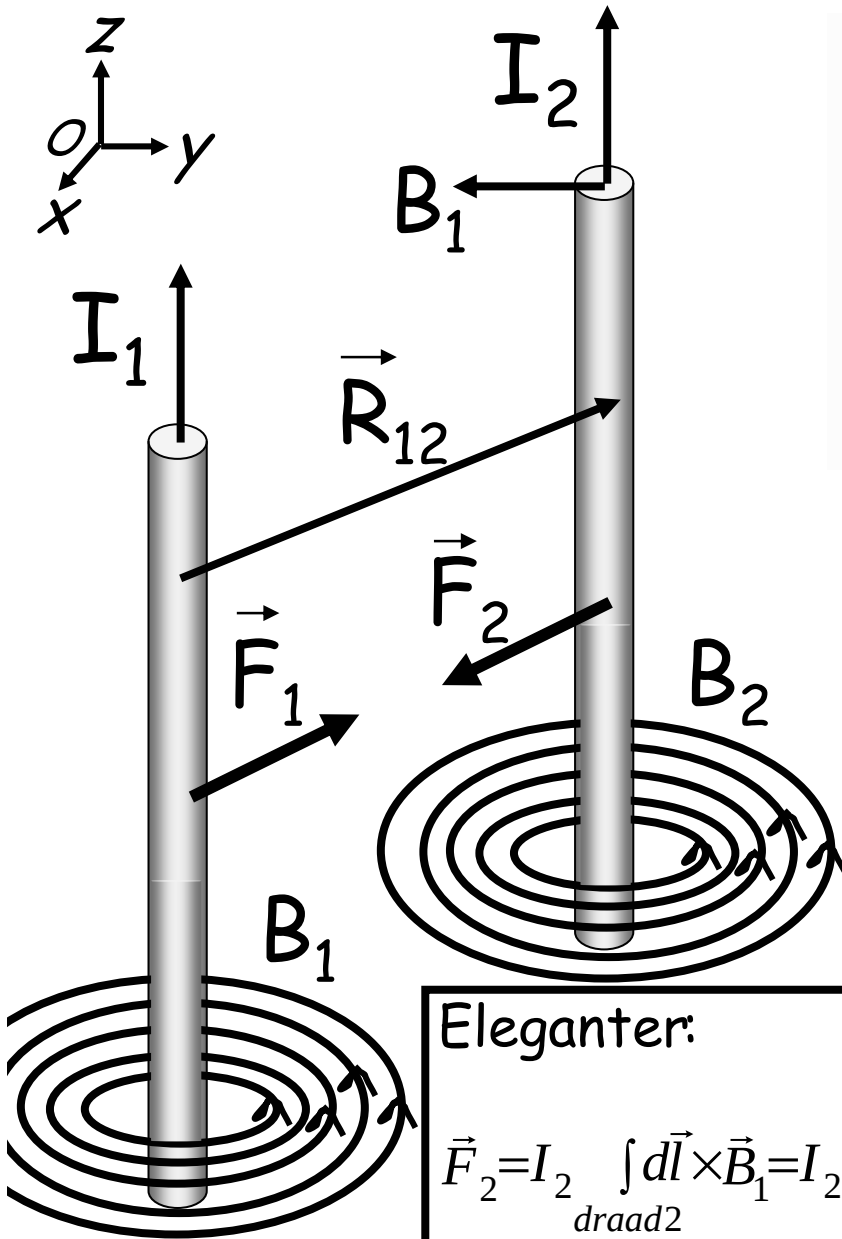
$$B_1 = \mu_0 I_1 / 2\pi R_{12}$$

- kracht op draad 2 door B_1

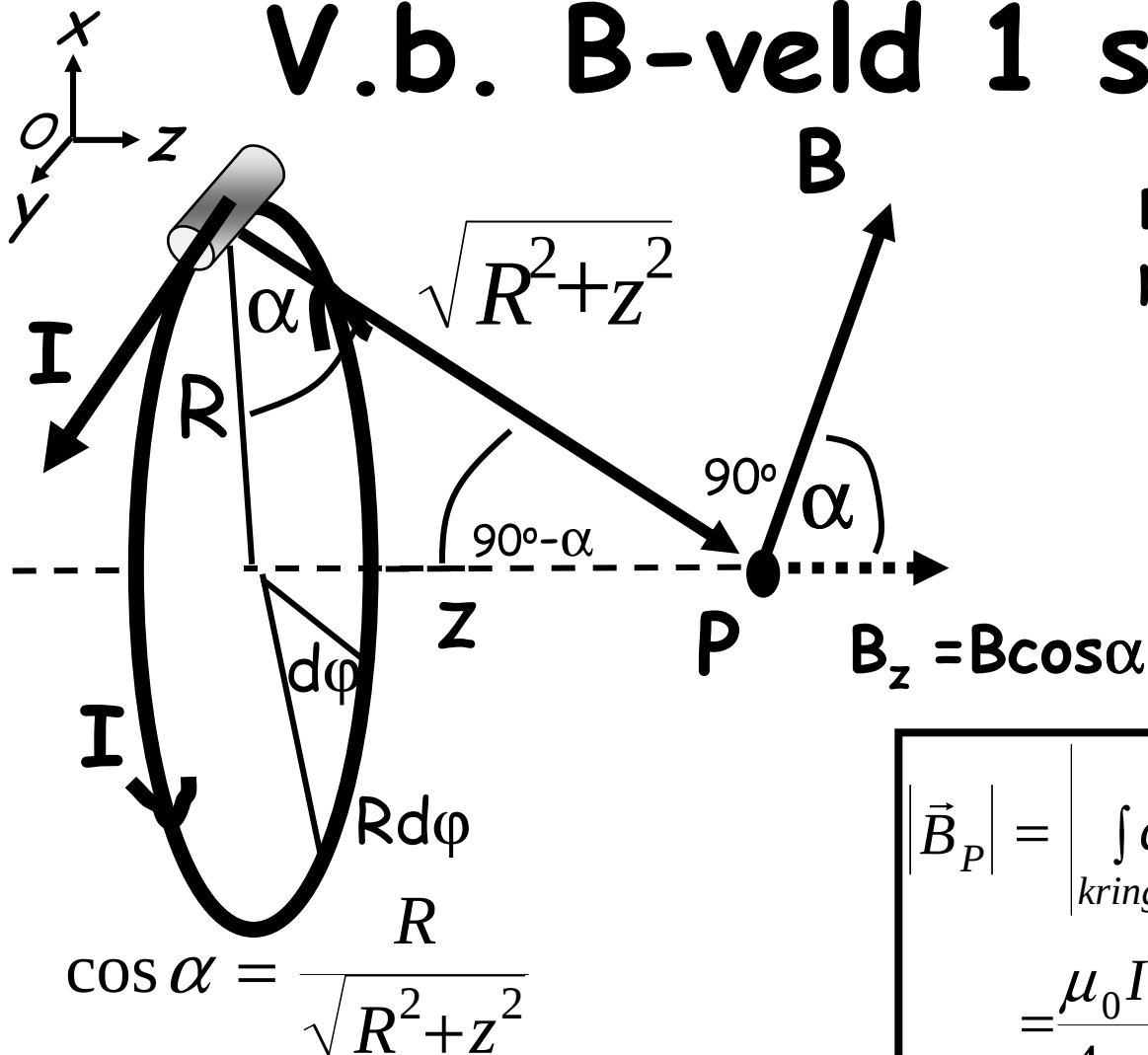
$$F_2 = B_1 I_2 L = \mu_0 I_1 I_2 L / 2\pi R_{12}$$

Eleganter:

$$\vec{F}_2 = I_2 \int_{\text{draad 2}} d\vec{l} \times \vec{B}_1 = I_2 \int_{\text{draad 2}} d\vec{l} \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_{12}} \hat{\phi} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R_{12}} \int_{\text{draad 2}} d\vec{l} \times \hat{\phi} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi R_{12}} \hat{R}_{12}$$



V.b. B-veld 1 stroomkring



Berekening B-veld:

Nadenken:

- Cilindersymmetrie
- $\vec{B} \parallel$ as stroomkring

Rekenen:

$$Rd\phi = dl$$

$$B_z = B \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} |\vec{B}_P| &= \left| \int_{\text{kring}} dB_z \right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Rd\phi}{[R^2 + z^2]} \cos \alpha \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Rd\phi}{[R^2 + z^2]} \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad \leftarrow \cos \alpha \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R^2 \phi}{[R^2 + z^2]^{3/2}} \bigg|_0^{2\pi} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + z^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + z^2]^{3/2}} \hat{z}$$

VIII Wat heb ik geleerd?

Magneet N of Z

Kracht, $\vec{B}$ -veld



Lorentzkracht

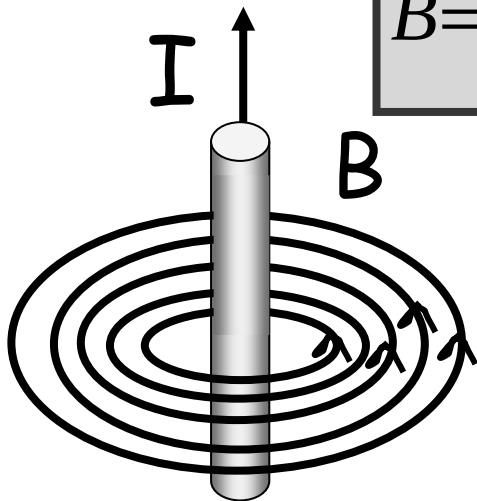
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int_{\text{stroom}} \vec{I} \times \vec{B} dl \rightarrow I \int_{\text{stroom}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{stroom}} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{stroom}} dl \frac{\vec{I} \times \hat{r}}{r^2}$$

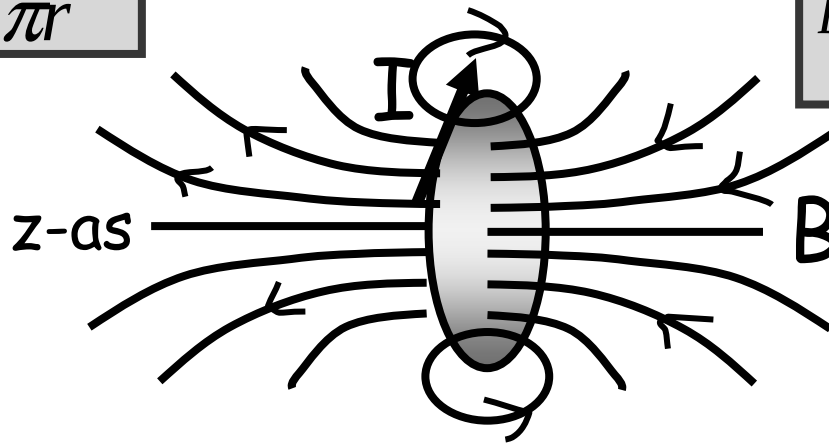
stroomdraad

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



stroomkring

$$\vec{B}_{z-as} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + z^2]^{3/2}} \hat{z}$$



Inhoud

Magnetostatica

1. Lorentz kracht en magnetisch veld
2. Wet van Biot-Savart
- 3. Wet van Ampère
4. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ & $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
5. Magnetische velden in materie: magnetisatie

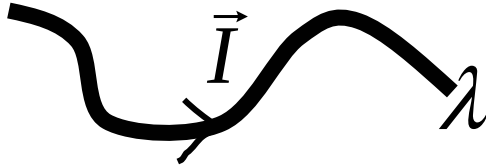
PFSAE:

- Wet van Ampère: §27.4

Stroomelementen: I, K en J

Lijn:

$$\vec{I} = \lambda \vec{v}$$

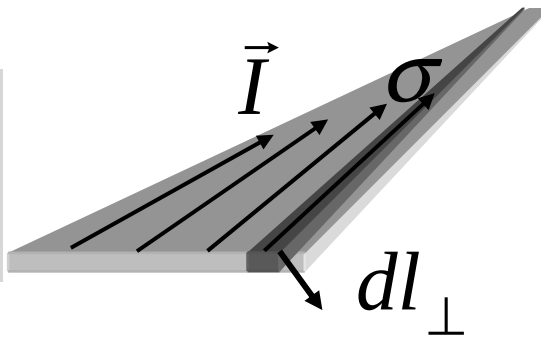


$$[I] = C/s \equiv A \text{ (Ampère)}$$

$$\vec{F} = \int_{\text{lijn}} \vec{v} \times \vec{B} \lambda dl = \int_{\text{lijn}} \vec{I} \times \vec{B} dl \rightarrow I \int_{\text{lijn}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

Oppervlak:

$$\vec{K} \equiv \frac{d\vec{I}}{dl_{\perp}} = \sigma \vec{v}$$

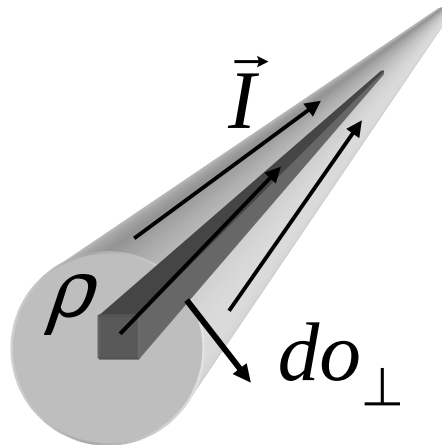


$$[K] = A/m$$

$$\vec{F} = \int_{\text{oppervlak}} \vec{v} \times \vec{B} \sigma do = \int_{\text{oppervlak}} \vec{K} \times \vec{B} do$$

Volume:

$$\vec{J} \equiv \frac{d\vec{I}}{do_{\perp}} = \rho \vec{v}$$



$$[J] = A/m^2$$

$$\vec{F} = \int_{\text{volume}} \vec{v} \times \vec{B} \rho dV = \int_{\text{volume}} \vec{J} \times \vec{B} dV$$

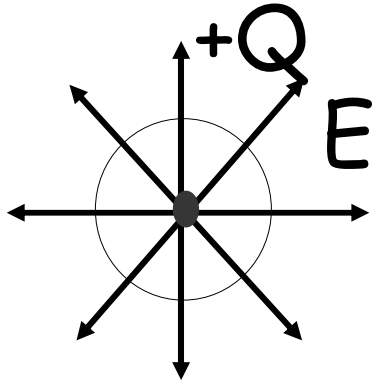
Wet van Ampère



De wet van Ampère
Voorbeelden

Wet van Ampère

Vergelijk E-veld:
wet van Gauss



puntlading

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

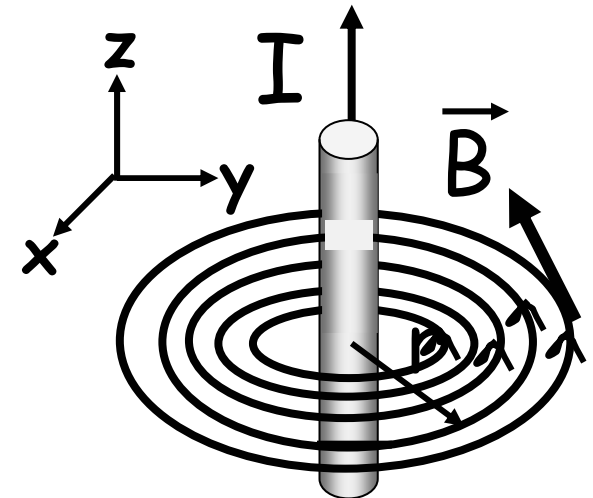
$$\oint_{\text{oppervlak } O} \vec{E} \cdot d\vec{\hat{o}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{omsloten}} Q_i$$

B-veld:

wet van Ampère

stroomdraad

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} r d\phi$$

$$= \mu_0 I = \mu_0 \int_{\text{schijf}} \vec{J} \cdot d\vec{o}$$

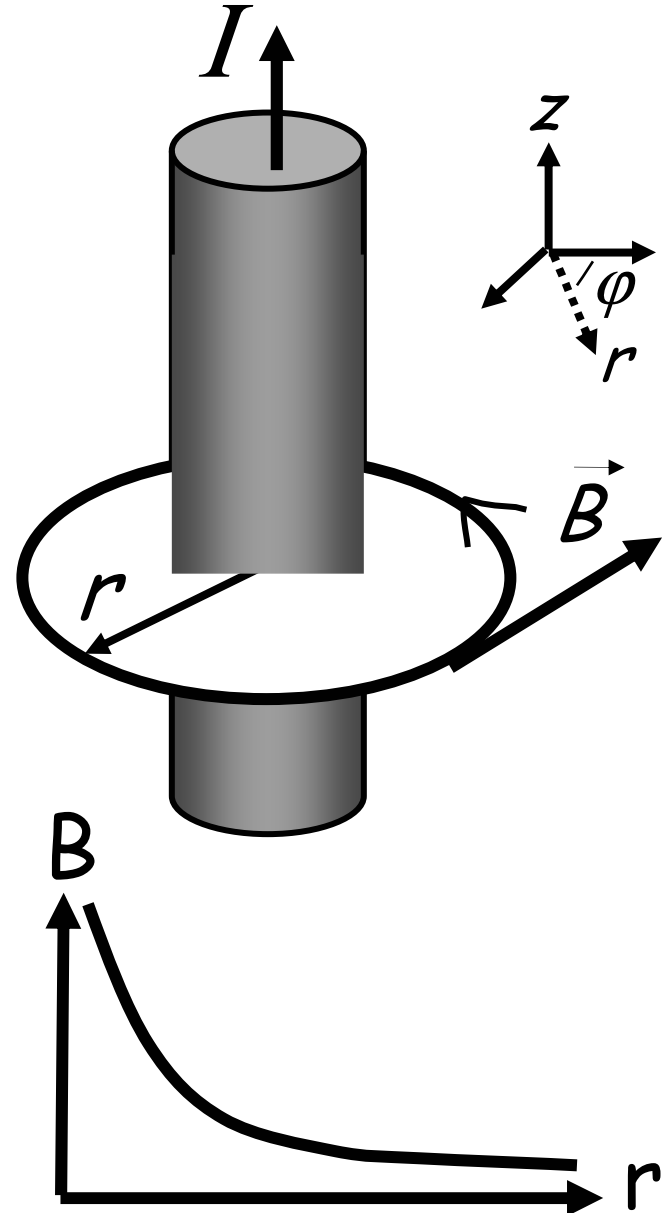
V.b. Ampère dunne draad (flauw)

Dunne draad:

- stroom: I [$A \equiv C/s$]
- symmetrie: $\vec{B} // \hat{\phi}$
- "Ampère lus": cirkeltje

$$\begin{aligned}\mu_0 I &= \oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} B r d\phi \\ &= 2\pi r B \Leftrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\end{aligned}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



V.b. Ampère dikke draad

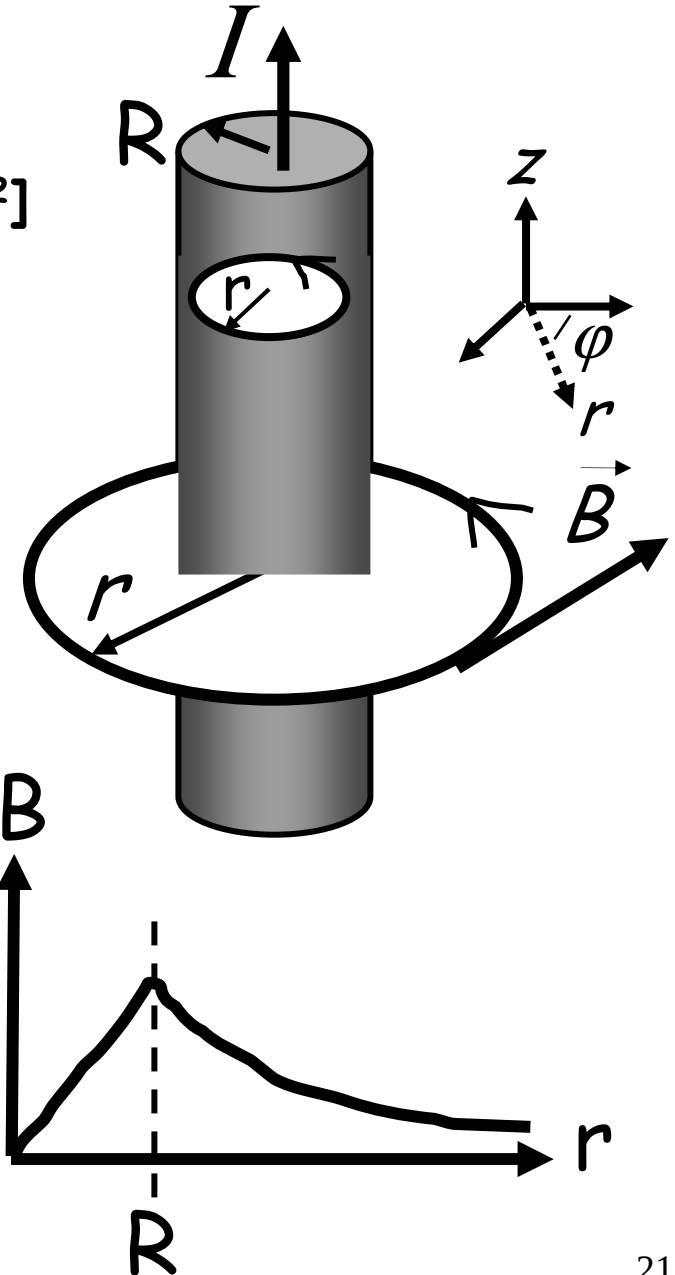
Dikke draad, $\varnothing=2R$

- stroomdichtheid: $J=I/\pi R^2$ [$A/m^2=C/sm^2$]
- symmetrie: $\vec{B} // \hat{\phi}$
- "Ampère lus": cirkeltjes

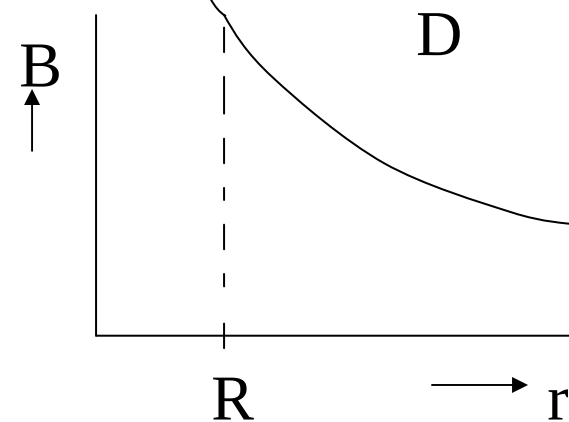
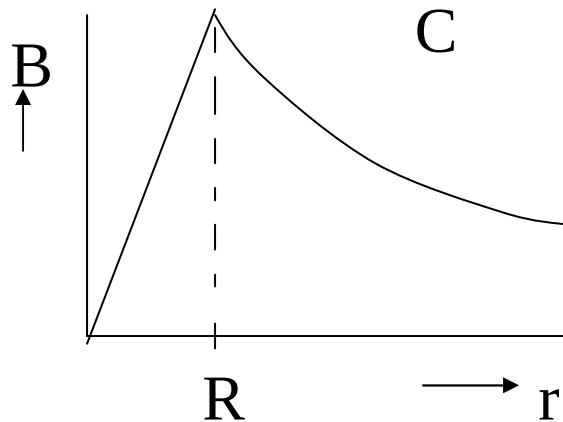
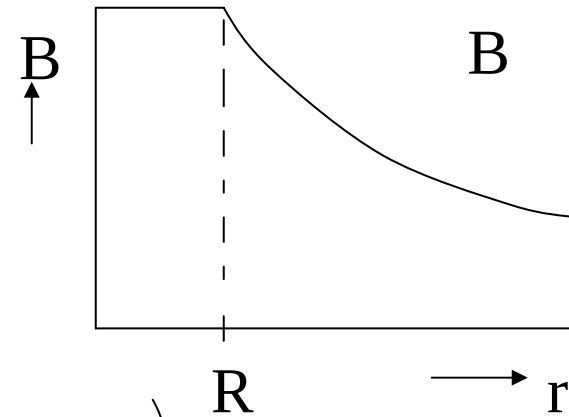
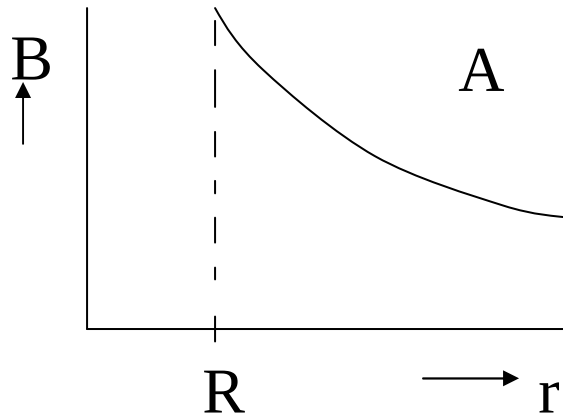
$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B$$

kring

$$= \begin{cases} r < R: & \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \\ r > R: & \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$



We beschouwen een holle metalen buis met straal R . In de wand loopt een stroom. Welke figuur geeft het magnetisch veld als functie van de afstand tot de as van de buis?



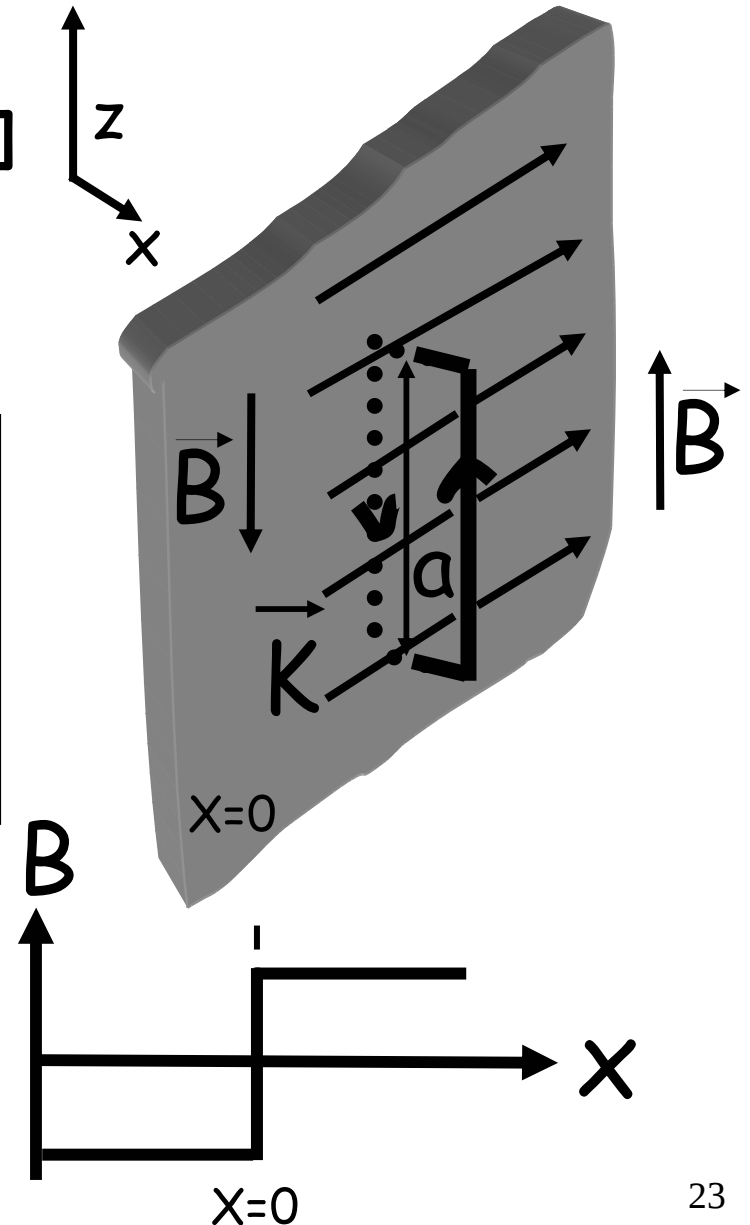
V.b. Ampère vlakke plaat

Vlakke plaat:

- stroomdichtheid: K [$A/m=C/sm$]
- symmetrie: $\vec{B} //$ vlak, $\vec{B} \perp \vec{K}$
- "Ampère lus": rechthoekje

$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow aB + aB = \mu_0 Ka$$
$$= 2aB \Leftrightarrow B = \frac{\mu_0 K}{2}$$

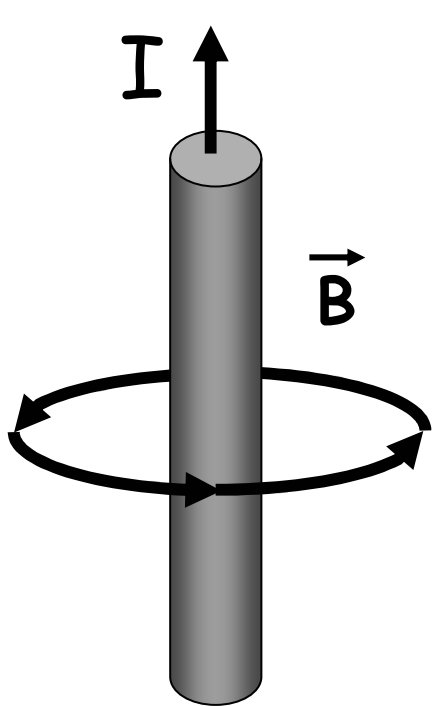
$$\vec{B} = \begin{cases} x < 0: -\frac{\mu_0 K}{2} \hat{z} \\ x > 0: +\frac{\mu_0 K}{2} \hat{z} \end{cases}$$



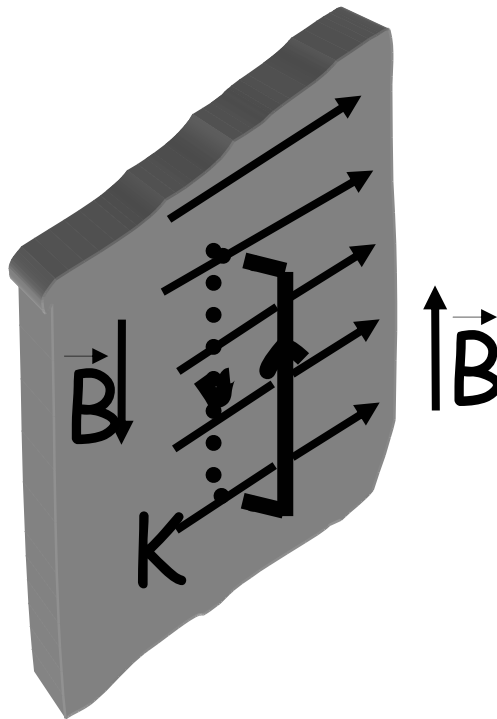
Overzicht toepassingen wet van Ampère

$$\oint_{\text{rand}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{omsloten}} = \mu_0 \int_{\text{oppervlak}} \vec{J} \cdot d\vec{\sigma}$$

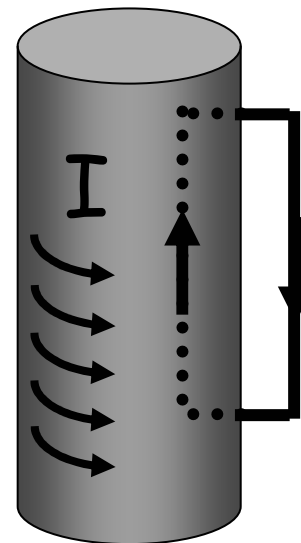
Essentie:
Symmetrie!



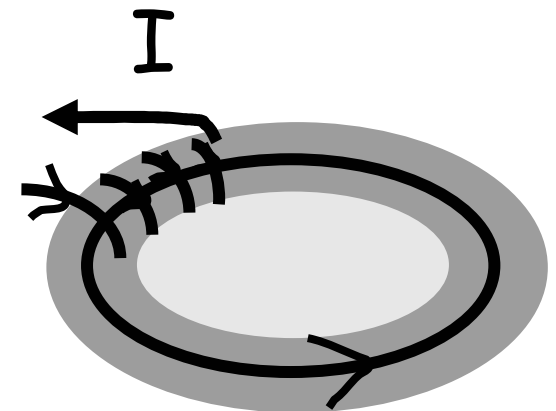
Draad



Plaat



Solenoid



Komen nog!

Toroid

IX Wat heb ik geleerd?

Wet van Ampère

$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{omsloten}} = \mu_0 \int_{\text{schijf}} \vec{J} \cdot d\vec{o}$$

Essentie:
Symmetrie!

- Draad
- Plaat
- Solenoïde
- Toroïde

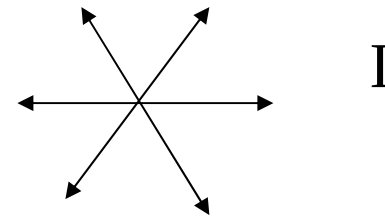
I Figuur I is mogelijk patroon van magnetische veldlijnen
II Figuur II is mogelijk patroon van elektrische veldlijnen

A I en II zijn juist

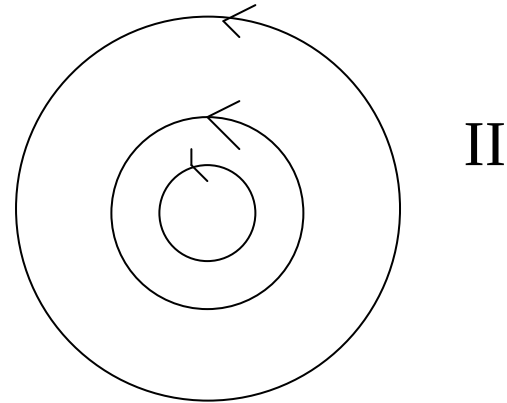
B alleen I is juist

C alleen II is juist

D I en II zijn onjuist



I

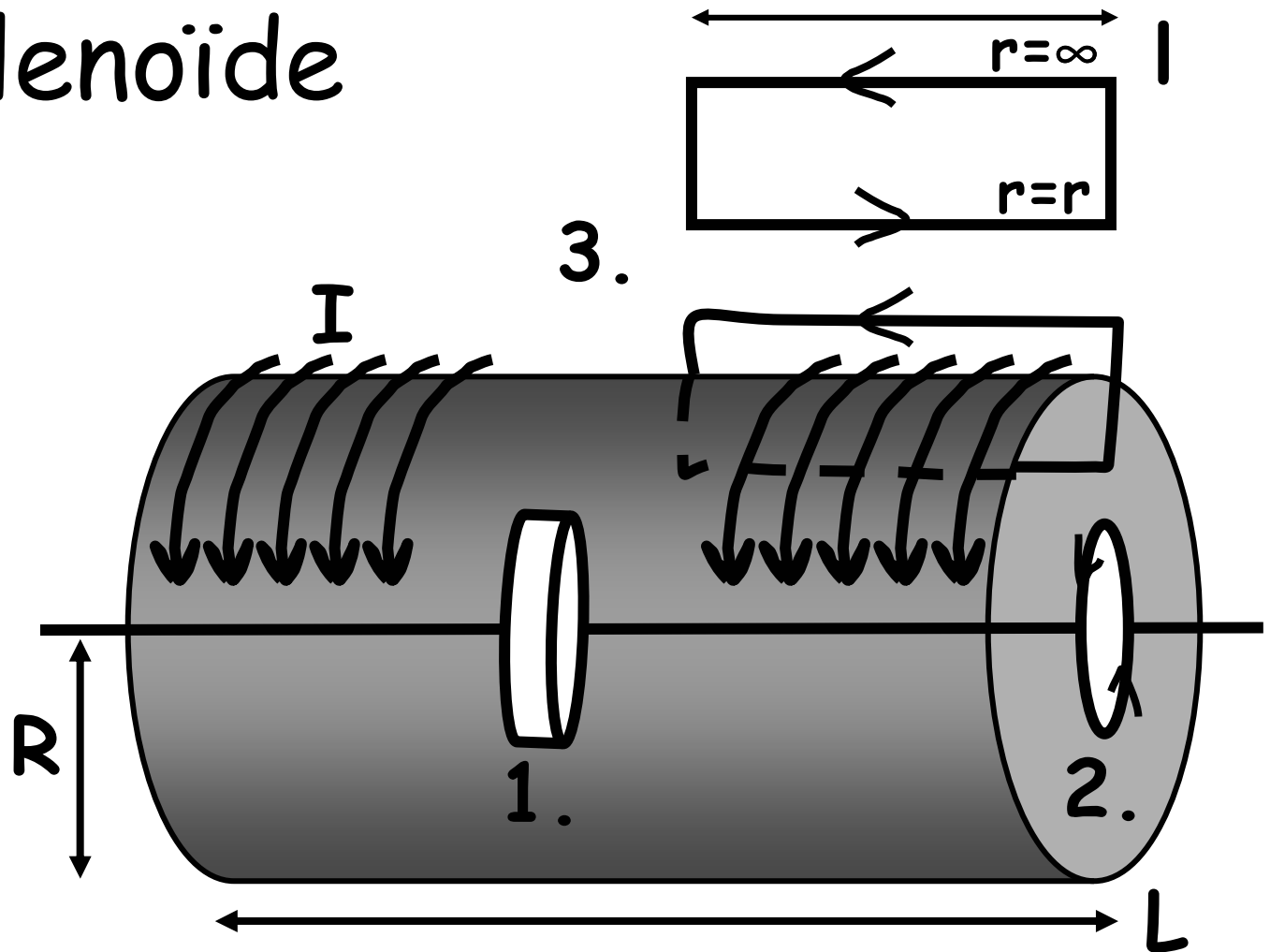
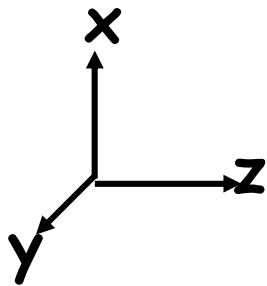


II

B-veld solenoïde

Solenoïde

- diameter: $2R$
- lengte: $L \gg R$
- stroom: I
- windingen/m: N

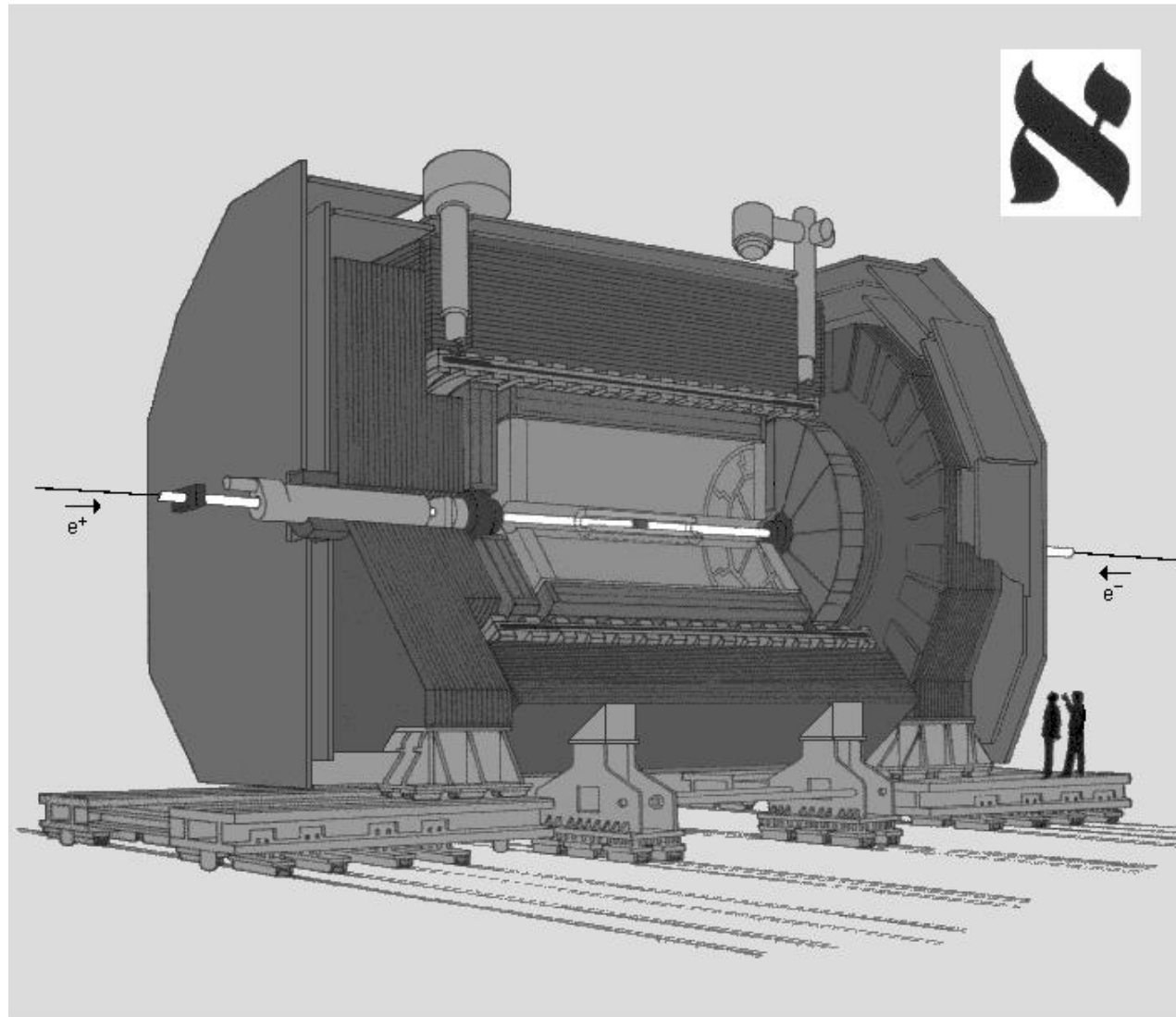


1. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0 \Rightarrow \vec{B}_r = 0$
pillendoosje

2. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} r < R: 0 \Rightarrow \vec{B}_\phi = 0 \\ r > R: 0 \Rightarrow \vec{B}_\phi = 0 \end{cases}$
cirkel

3. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} \text{buiten: } 0 \Rightarrow B_z = 0 \\ \text{binnen: } 0 \Rightarrow l B_z = N l I \mu_0 \\ \Leftrightarrow B_z = N I \mu_0 \end{cases}$
rechthoek

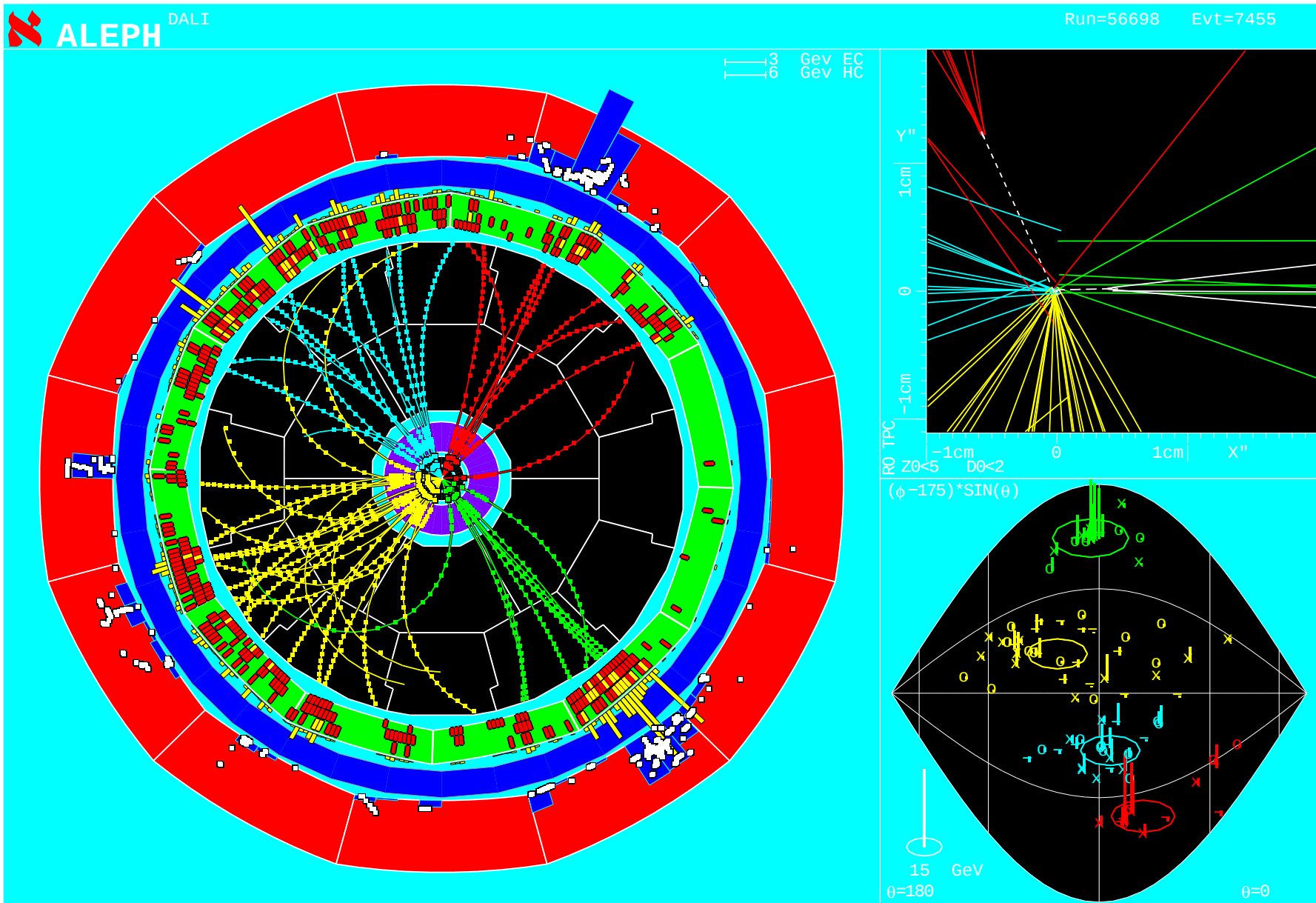
Detector voor deeltjesfysica



-  Vertex Detector
-  Inner Tracking Chamber
-  Time Projection Chamber
-  Electromagnetic Calorimeter
-  Superconducting Magnet Coil
-  Hadron Calorimeter
-  Muon Chambers
-  Luminosity Monitors

The ALEPH Detector

Moderne spoordetectie



X Wat heb ik geleerd?

Wet van Ampère

$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{omsloten}} = \mu_0 \int_{\text{schijf}} \vec{J} \cdot d\vec{o}$$

Magnetisatie

Magnetisatie microscopisch bekeken

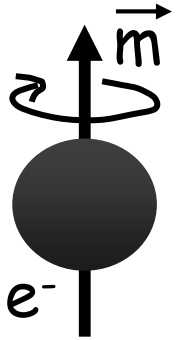
Magnetisatie en “gebonden” stroom

Het veld “ B_{app} ”

Lineaire materialen

Voorbeelden

Elektron tolt=spint om zijn as!



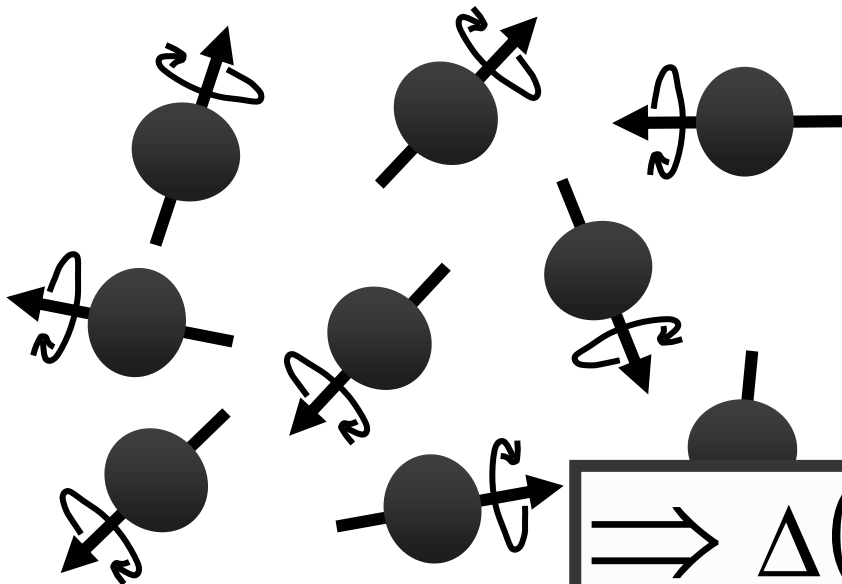
Elektron: - lading $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 - spint om zijn as

Dit leer
je later!

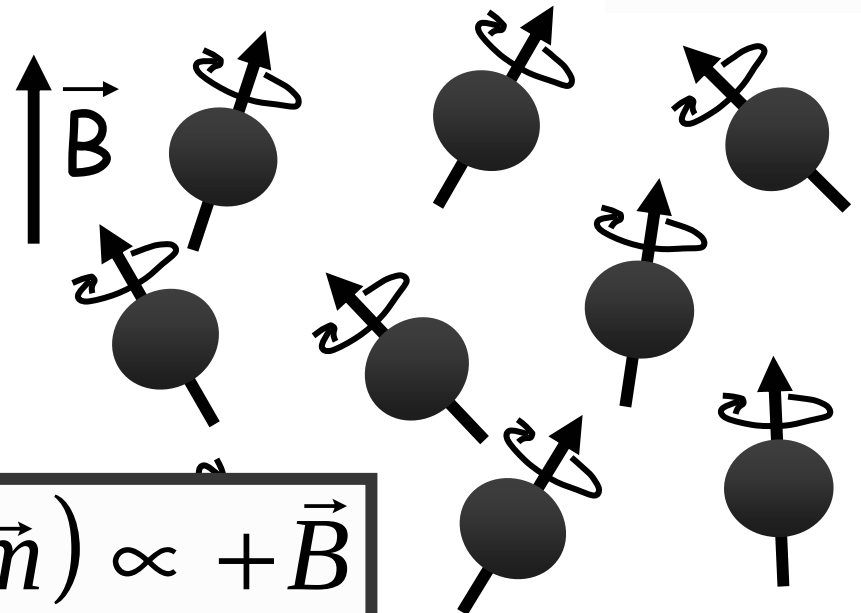
$\Rightarrow$ magnetisch dipoolmoment: $m \equiv \frac{q_e \hbar}{2m_e} \approx 10^{-23} \text{ A m}^2$

Voor $B=0$: oriëntatie $\vec{m}$ willekeurig
 Voor $B \neq 0$: oriëntatie $\vec{m} \parallel \vec{B}$

$\vec{B} = \vec{0}$

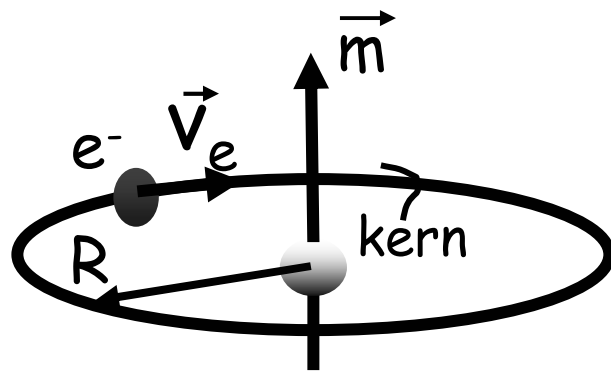


$\vec{B} \neq \vec{0}$



$$\Rightarrow \Delta(\sum \vec{m}) \propto +\vec{B}$$

Elektron draait rond kern (I)



Elektron: - lading $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 - draait rond kern; $R \approx 10^{-10} \text{ m}$
 - snelheid $v_e \approx 10^7 \text{ m/s}$

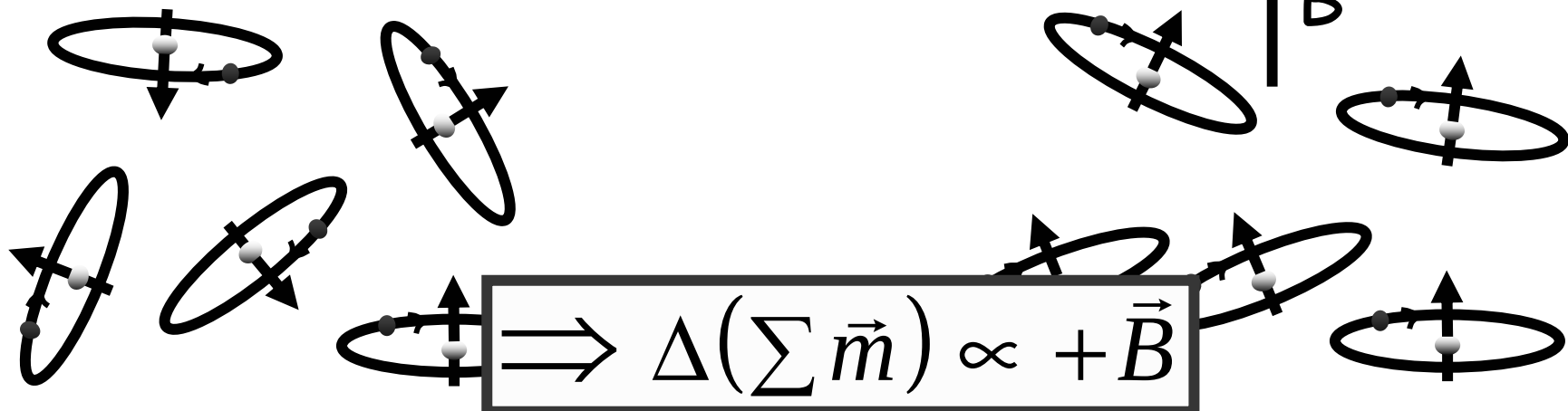
$\Rightarrow$ magnetisch dipoolmoment:

$$m \equiv I \pi R^2 \cong \frac{q_e v_e}{2\pi R} \pi R^2 \approx 10^{-22} \text{ A m}^2$$

$$\vec{B} = \vec{0}$$

Voor $B=0$: oriëntatie $\vec{m}$ random
 Voor $B \neq 0$: oriëntatie $\vec{m} \parallel \vec{B}$

$$\vec{B} \neq \vec{0}$$

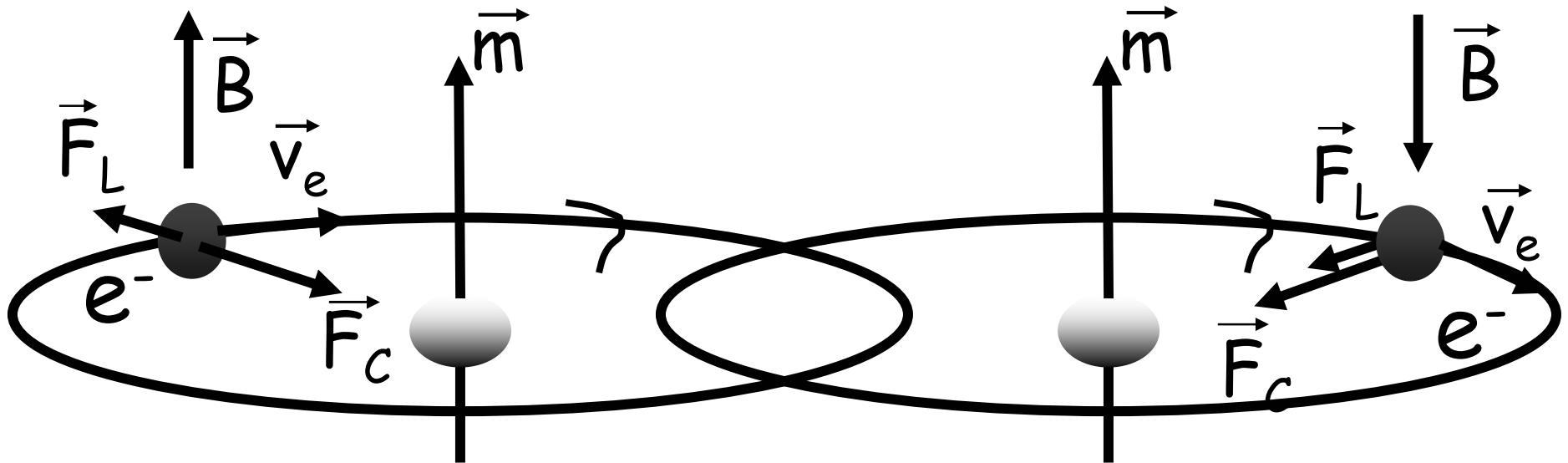


Elektron draait rond kern (II)

Maar, er gebeurt meer!

$B=0$: F_c houdt elektron in baan

$B \neq 0$: $F_c + F_L$ houdt elektron in baan



Elektron snelheid neemt af

Elektron snelheid neemt toe

$\Rightarrow$ magnetisch moment kleiner

$\Rightarrow$ magnetisch moment groter

(kwalitatieve redenering;
berekening zeer lastig)

$$\Delta \vec{m} \text{ t.g.v. } \Delta \vec{v}_e > \Delta \vec{m} \text{ t.g.v. } \vec{m} \times \vec{B}$$

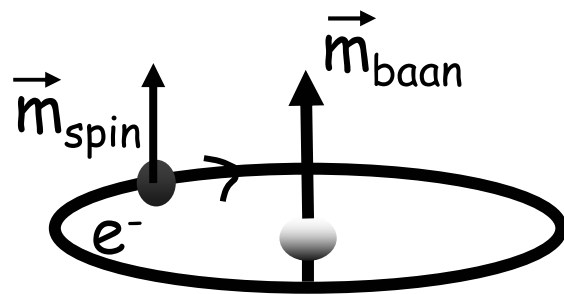
$$\Rightarrow \Delta(\sum \vec{m}) \propto -\vec{B}$$

Dia- & para-magnetisme

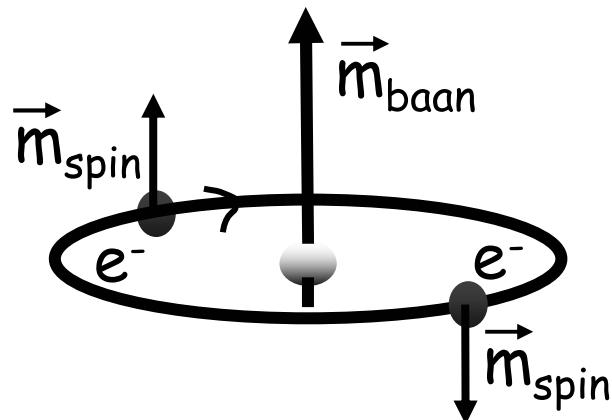
Elektron baan beweging: $\Delta(\sum \vec{m}) \propto -\vec{B}$

Elektron spin beweging: $\Delta(\sum \vec{m}) \propto +\vec{B}$

Wie wint: baan of spin? Afhankelijk van # elektronen!



Waterstof



Helium

Para-magnetisch:

- # elektronen oneven
- spin component wint
- $\Delta \vec{m} // +\vec{B}$

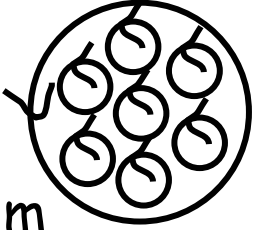
Dia-magnetisch:

- # elektronen even
- baan component wint
- $\Delta \vec{m} // -\vec{B}$

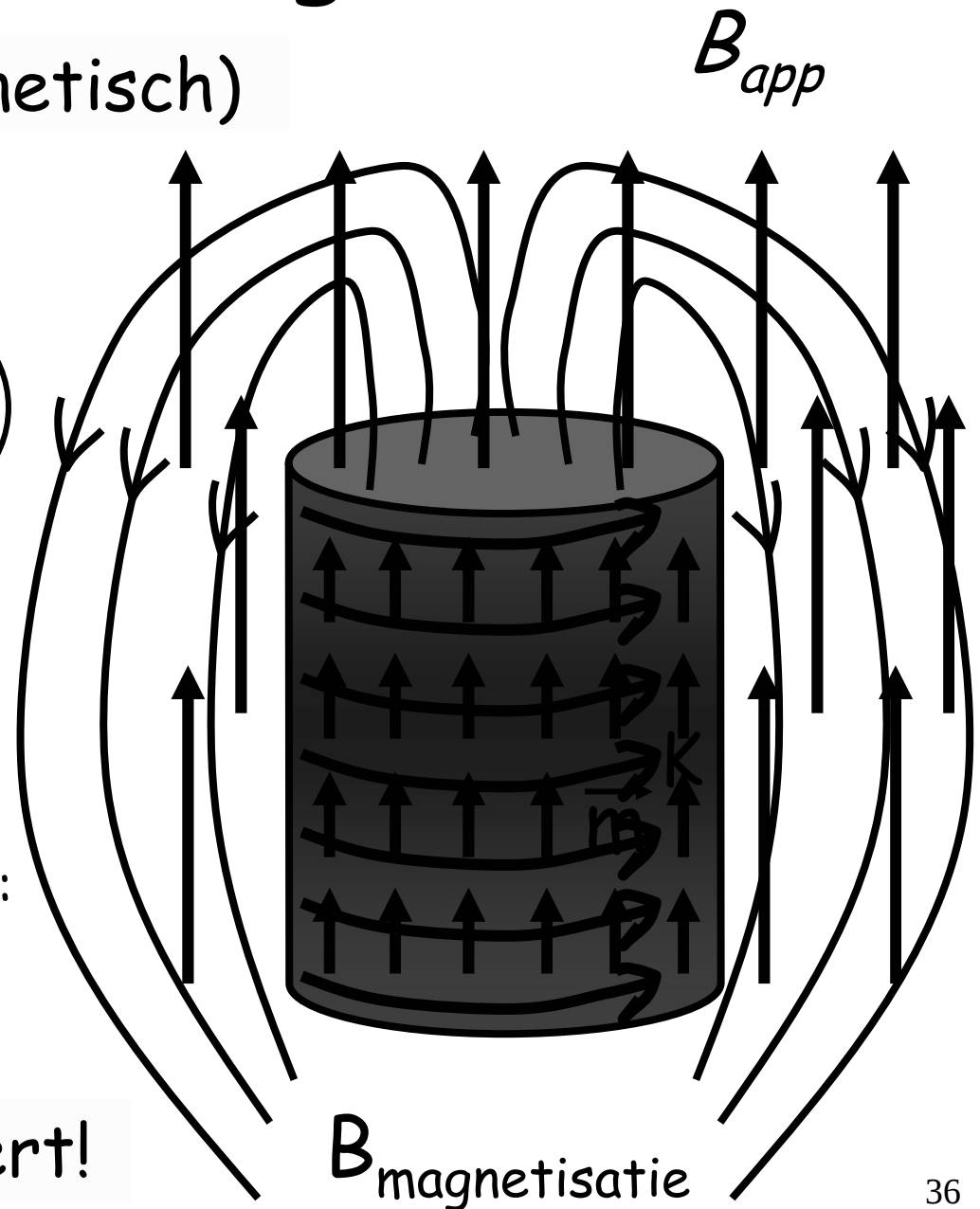
Macroscopisch: magnetisatie

Brok materie (para-magnetisch)

Karakteristieken in B-veld:

- magnetiseert d.w.z. atomaire dipooltjes 
- magnetisatie op te vatten als: oppervlakte stroom
- deze stroom genereert B-veld: tegengesteld externe B-veld

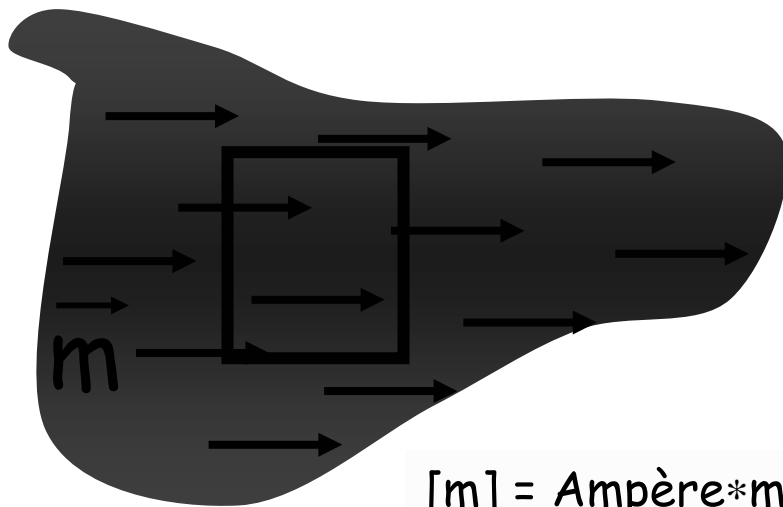
Originele B-veld verandert!



Microscopisch → Macroscopisch

(analoog elektrische polarisatie)

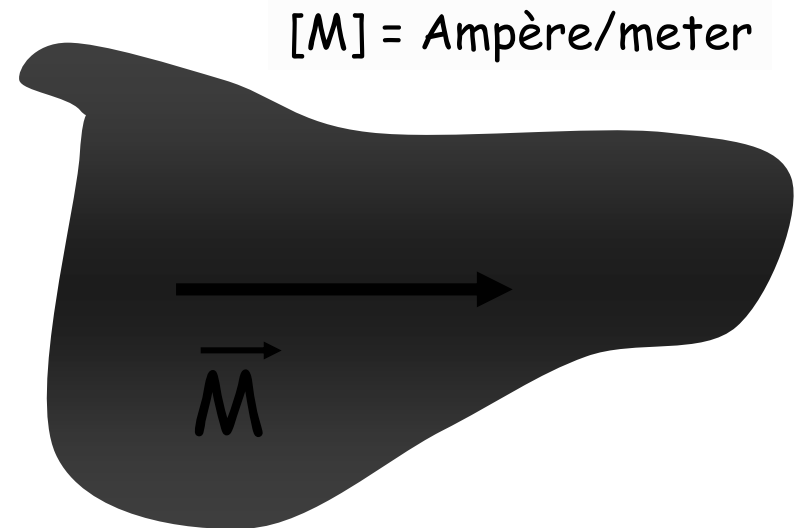
dipoolmoment/volume
 $\equiv$ Magnetisatie M



$[m] = \text{Ampère} \cdot \text{meter}^2$

Zometeen komt er wel
een eenvoudige

"Eenvoudige" lineaire relatie tussen:
magnetisatie $\vec{M}$ en resulterend veld $\vec{B}$



$[M] = \text{Ampère/meter}$

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0(1 + \chi_m)} \vec{B}$$

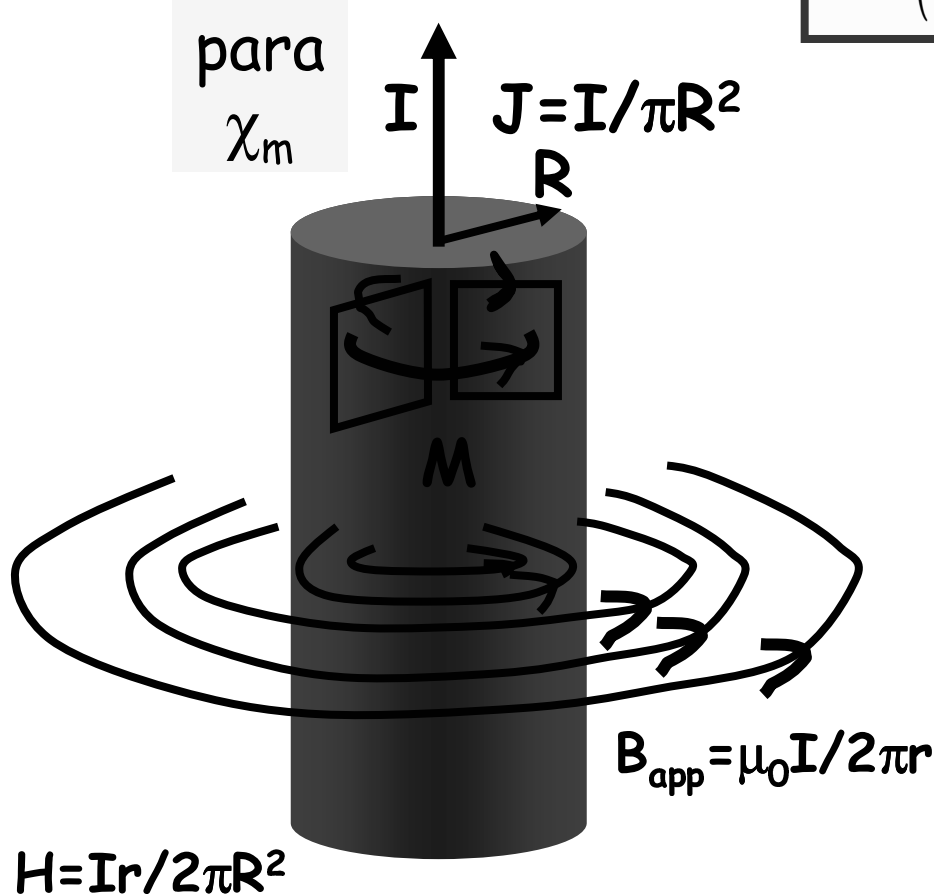
Lineaire materialen

Opmerking: in analogie met elektrostatica zou je lineaire relatie tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}$ i.p.v. tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}_{app}$ verwachten. In elektrostatica controleer je als experimentator V en daarmee E . Vandaar dat je D bijna nooit tegenkomt! In magnetostatica controleer je als experimentator I en daarmee $\vec{B}_{app}$. Vandaar dat je $\vec{B}$ bijna nooit tegenkomt!

Lineaire relatie tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}_{app}$: $\vec{M} \propto \vec{B}_{app} \Rightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{B}_{app} / \mu_0$

Nu volgt overal $\vec{B}$ uit $\vec{B}_{app}$:

$$\vec{B} \equiv \vec{B}_{app} + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_{app} + \chi_m \vec{B}_{app} = (1 + \chi_m) \vec{B}_{app} \equiv K_m \vec{B}_{app} \text{ met } K_m \equiv (1 + \chi_m)$$



$$r > R: \quad 2\pi r B_{app} = \mu_0 I \Rightarrow B_{app} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R: \quad 2\pi r B_{app} = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow B_{app} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R: \quad M = 0$$

$$r < R: \quad M = \chi_m B_{app} / \mu_0 = \chi_m \frac{I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R: \quad B = B_{app} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R: \quad B = B_{app} + \mu_0 M = \frac{K_m \mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Para- en diamagnetische materialen

PARA-MAGNETISCH

$$\chi_m > 0$$

Element	Z	χ_m

Helium	2	?
Zuurstof	8	$+2 \times 10^{-6}$
Neon	10	?
Aluminium	13	$+21 \times 10^{-6}$
Argon	18	?

DIA-MAGNETISCH

$$\chi_m < 0$$

Element	Z	χ_m

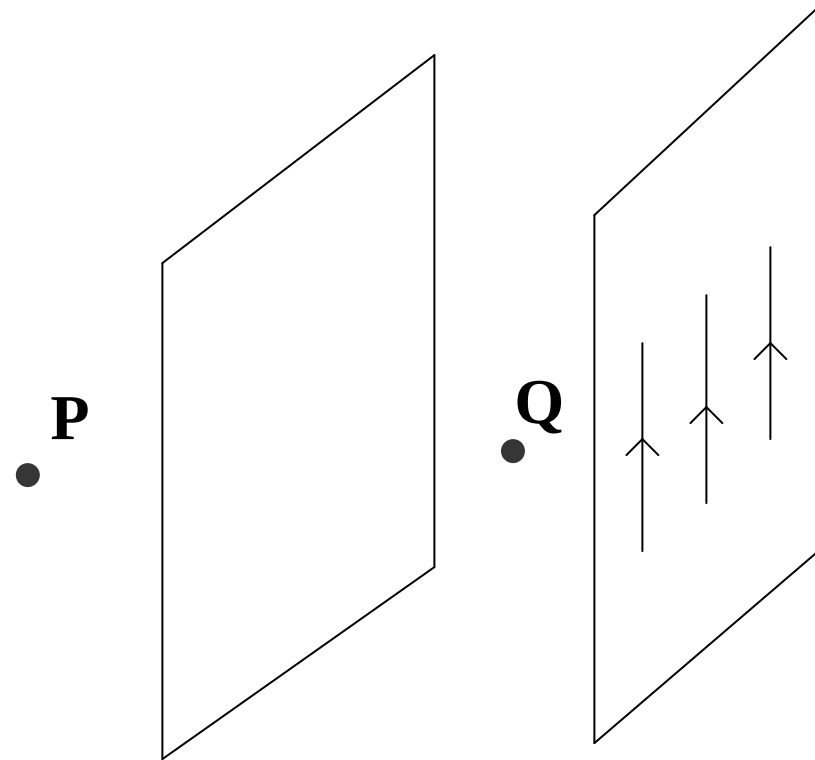
Waterstof	1	≈ 0
Koper	29	-10×10^{-6}
Zilver	47	-25×10^{-6}
Goud	79	-30×10^{-6}

Terminologie:

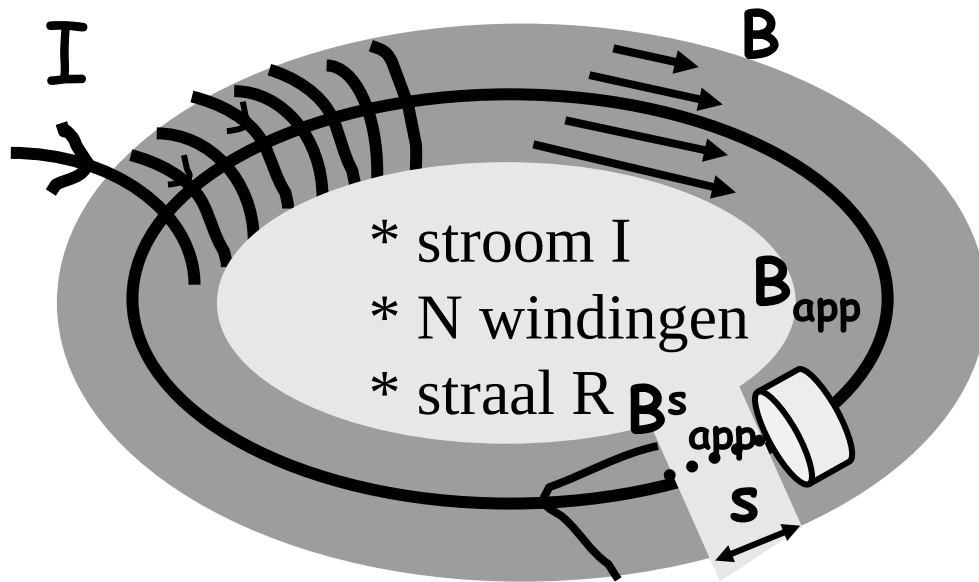
$$\left\{ \begin{array}{ll} \chi_m & \text{susceptibiliteit} \begin{cases} \chi_m < 0 \text{ dia} \\ \chi_m > 0 \text{ para} \end{cases} \\ (1 + \chi_m) \equiv K_m & \text{relatieve permeabiliteit} \\ (1 + \chi_m) \mu_0 \equiv \mu & \text{permeabiliteit} \end{array} \right.$$

In de (oneindig doorlopende) rechterplaat loopt een oppervlaktestroom in de aangegeven richting. De (oneindig doorlopende) linkerplaat is van paramagnetisch materiaal. In punt P geldt voor het magnetisch veld:

- A dat is groter dan in Q
- B dat is kleiner dan in Q
- C dat is even groot als in Q
- D dat is gelijk aan nul



V.b.: Toroïde met spleet



zonder materiaal:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{"binnen"} : 2\pi r B = \mu_0 N I \\ \text{"buiten"} : 2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0 \end{array} \right. \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

met materiaal: $K_m \equiv (1 + \chi_m)$ & spleet s

$$\text{Ampere: } \left\{ \begin{array}{l} \text{"binnen"}: (2\pi r - s) B_{app} + s B_{app}^s = \mu_0 N I \\ \text{"buiten"}: 2\pi r B_{app} = 0 \Rightarrow B_{app} = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Voor } \vec{B}: B_s = B_{app} \text{ en } B = K_m B_{app}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \oint_{\text{oppervlak}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0$$

$$\text{cilindertje} \Rightarrow B = K_m B_s$$

$$\left. \begin{array}{l} (2\pi r - s) \frac{B = B_s}{K_m} + \frac{s B_s}{\mu_0} = N I \Leftrightarrow \\ B = B_s = \frac{\mu N I}{\frac{\mu s}{\mu_0} + 2\pi r - s} = \frac{\mu_0 N I}{s + \frac{\mu_0}{\mu} (2\pi r - s)} \end{array} \right\}$$

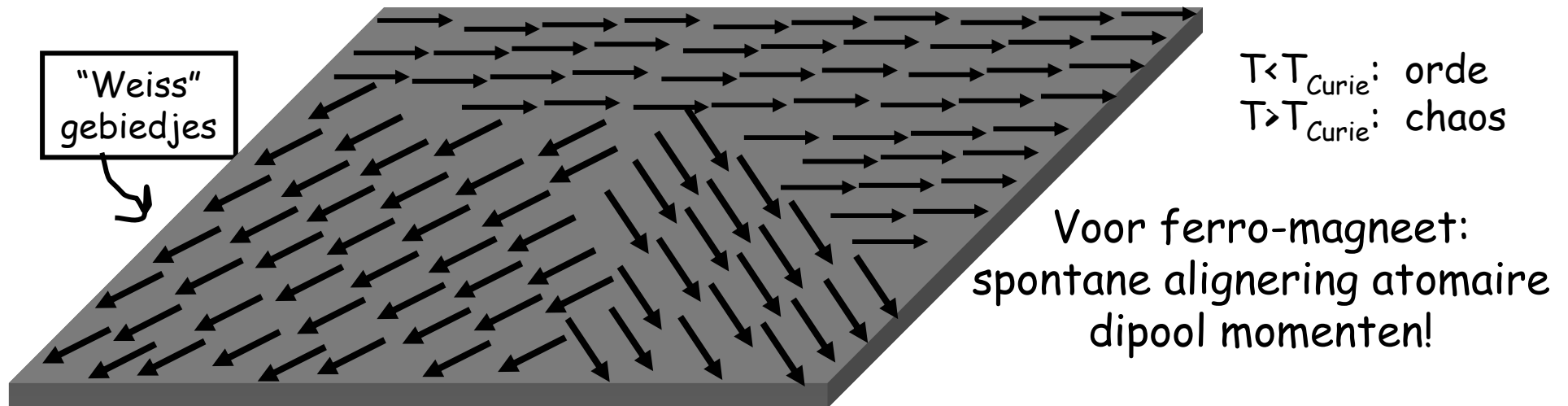
Ferromagnetisme

Principe & hysteresse

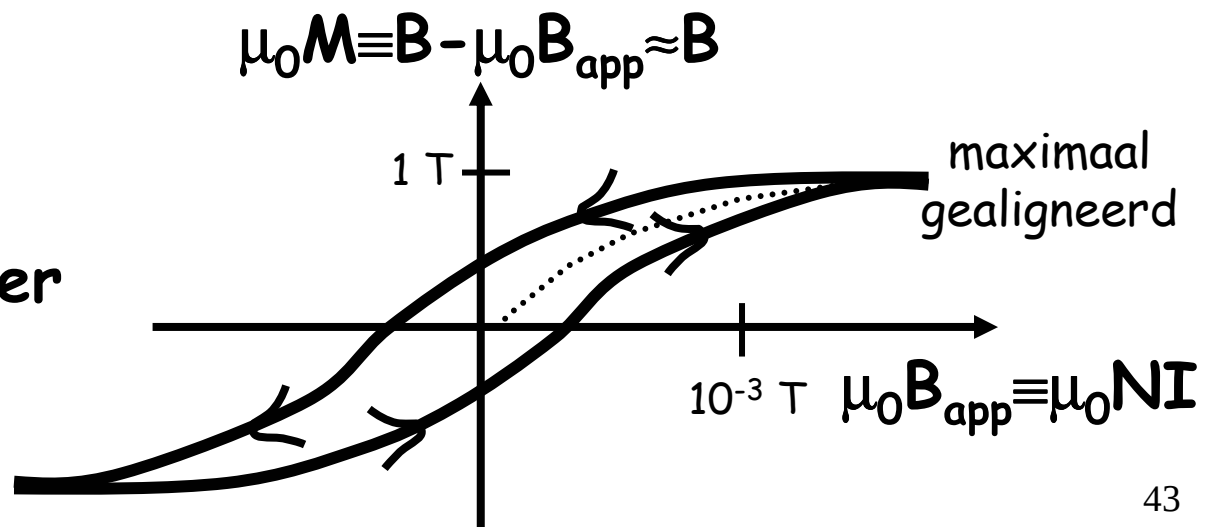
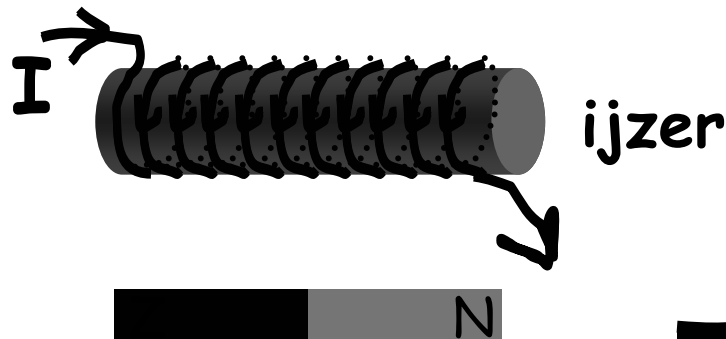
Permanente magneet?

Para-magnetisme
dia-magnetisme

Ferro-magnetisme
(temperatuur afhankelijk!)



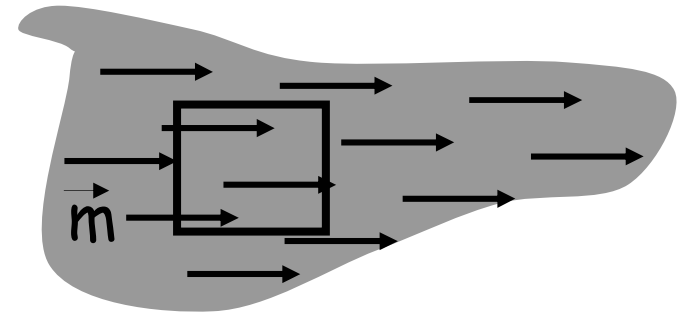
Hysteresis:



XI Wat heb ik geleerd?

Materialen

- Magnetisatie



- Mogelijkheden:

- Dia-magnetisme
- Para-magnetisme
- Ferro-magnetisme

$$\vec{M} // -\vec{B}_{\text{app}}$$

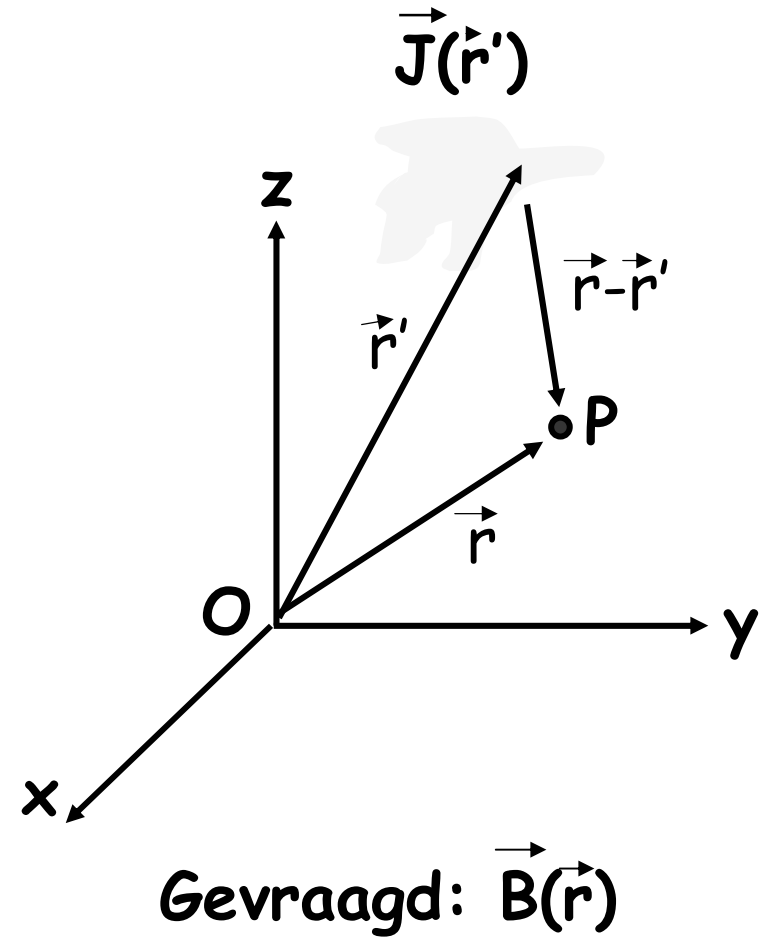
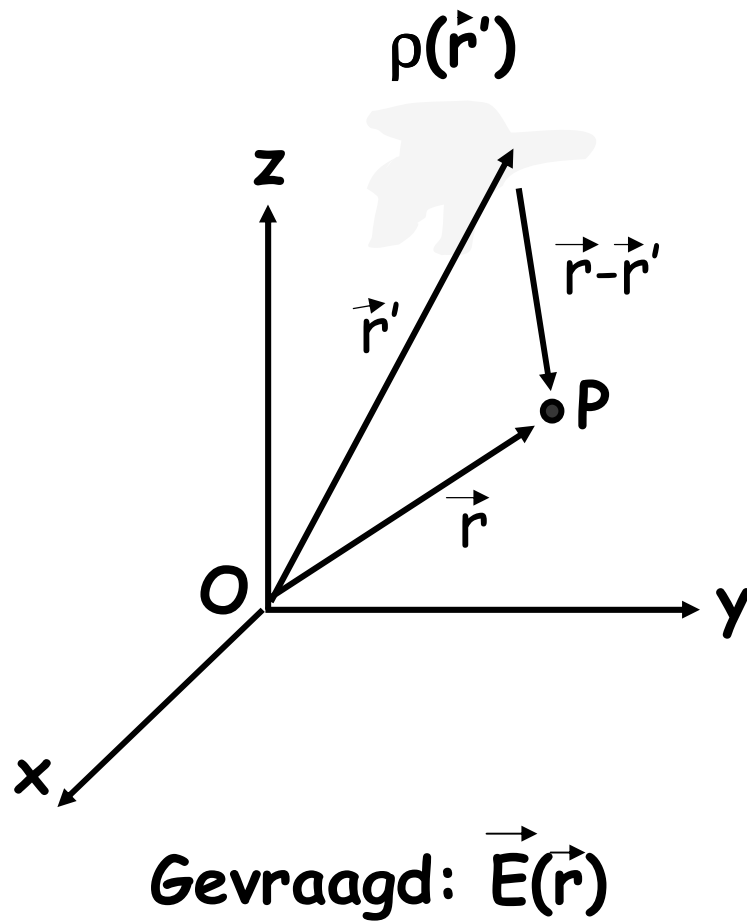
$$\vec{M} // +\vec{B}_{\text{app}}$$

$\vec{M}$ permanent (hysteresis)

Electro- & magnetostatica in vacuüm

Electrostatica: Coulomb

Magnetostatica: Biot-Savart



Electro- & magnetostatica in vacuüm

Electrostatica: Coulomb

$$\begin{aligned}\vec{E}_P \equiv \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{volume}} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dv'\end{aligned}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_{\text{kring}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \Phi_E \equiv \oint_{\text{oppervlak}} \vec{E} \cdot d\vec{o} = \frac{Q^{\text{omsloten}}}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauss}) \end{array} \right.$$



$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Magnetostatica: Biot-Savart

$$\begin{aligned}\vec{B}_P \equiv \vec{B}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{lijn}} \frac{\vec{I} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dl' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{volume}} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dv'\end{aligned}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I^{\text{omsloten}} \quad (\text{Ampere}) \\ \Phi_B \equiv \oint_{\text{oppervlak}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0 \end{array} \right.$$



$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$