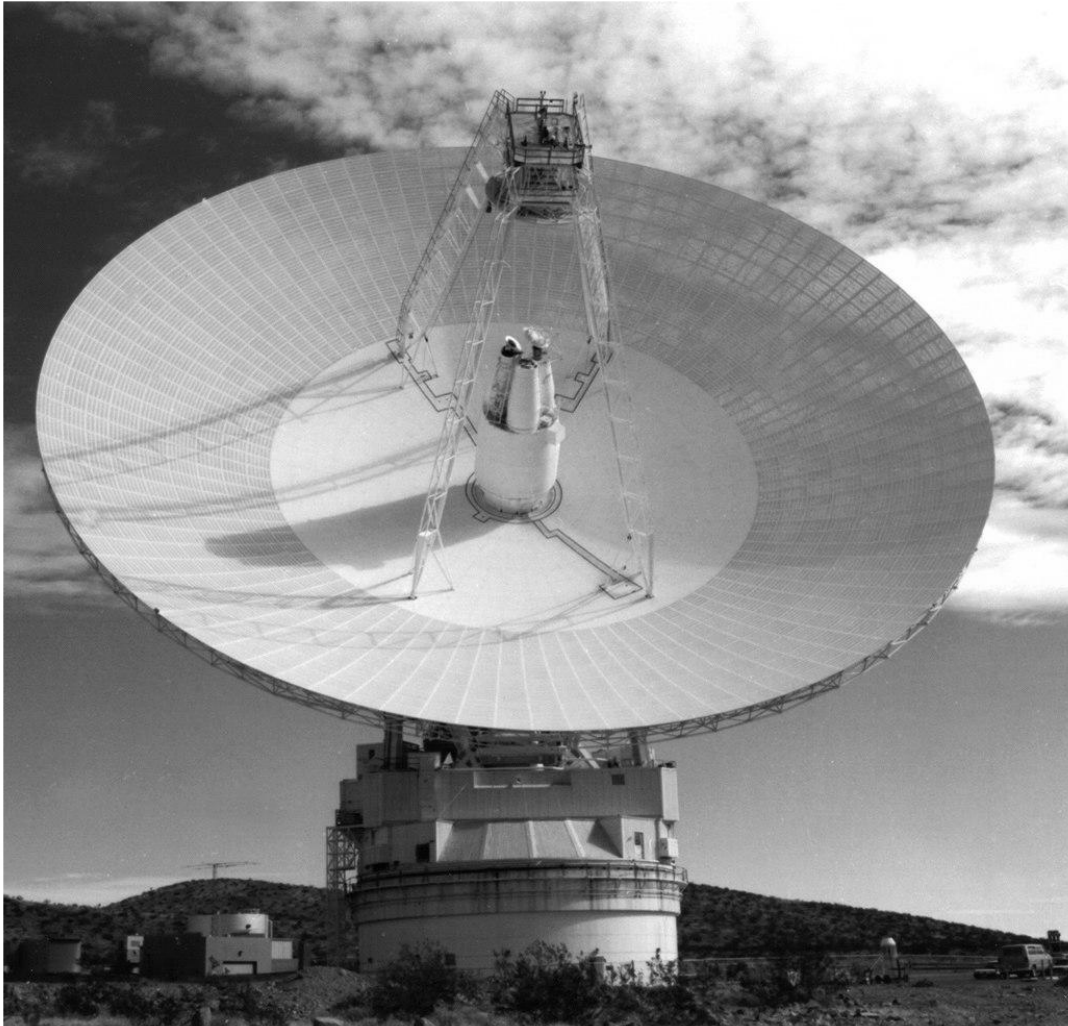


Vergelijkingen van Maxwell en elektromagnetische golven



Jo van den Brand

Tentamen a.s. maandag

- Twee mogelijkheden
 - Deeltentamen: hoofdstukken 25 – 30
 - Volledige stof
- Je mag een half A4-tje formuleblad meenemen
- Wet van Coulomb, Gauss, Ampere, Faraday, Biot-Savart, circuits

Kijk op voorblad tentamen welke sommen je dient te maken!

Succes gewenst

30-1 Maxwell's Verplaatsingsstroom

Wet van Ampere $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_S$

Maxwell: Hier ontbreekt een term!

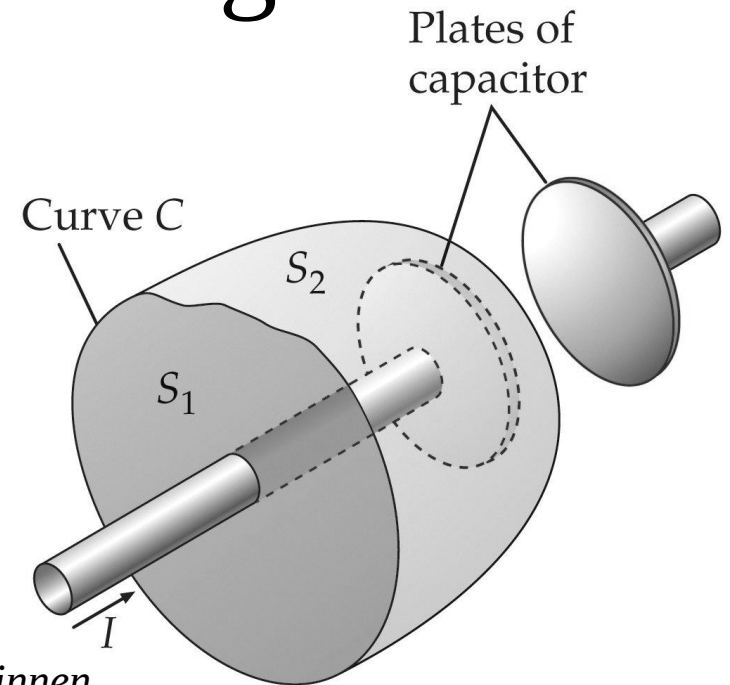
Namelijk:

$$I = \frac{dQ_{\text{binnen}}}{dt} \Rightarrow \phi_{e,\text{net}} = \oint_S \underline{E_n dA} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{binnen}}$$

Dan geldt $Q_{\text{binnen}} = \epsilon_0 \phi_{e,\text{net}} \Rightarrow \frac{dQ_{\text{binnen}}}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_{e,\text{net}}}{dt} = \underline{I_d}$

Algemene vorm van de Wet van Ampere:

$$\boxed{\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}}$$



Verpl.stroom

Algemene vorm van de Wet van Ampere

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d) = \boxed{\mu_0 I} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}$$

Wet van Faraday

$$EMF = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$$

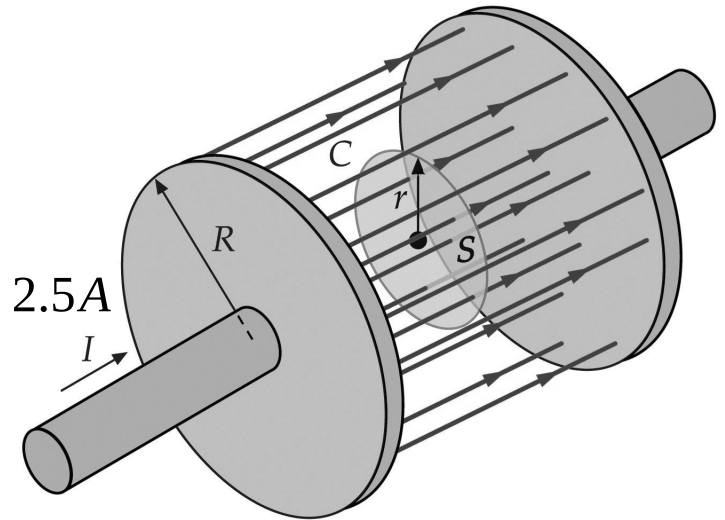
Waarom niet compleet analoog?

Er bestaan geen magnetische `ladingen' (monopolen)
en dus ook geen magnetische `stroom'

Voorbeeld: $I = dQ/dt = 2.5 \text{ A}$, $R = 3.0 \text{ cm}$

Bereken de verplaatsingsstroom:

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt} = \epsilon_0 \frac{d(EA)}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 A \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{A\epsilon_0} \right) = \frac{dQ}{dt} = 2.5 \text{ A}$$



Bereken B voor $r = 2.0 \text{ cm}$:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt} \Rightarrow B(2\pi r) = 0 + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}$$

$$\phi_e = \pi r^2 E = \pi r^2 \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \pi r^2 \frac{Q}{\epsilon_0 \pi R^2} = \frac{Qr^2}{\epsilon_0 R^2}$$

Invullen levert

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{Qr^2}{\epsilon_0 R^2} \right) = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} \frac{dQ}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} \frac{dQ}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} I = 2 \times 10^{-7} \frac{0.02}{0.03^2} 2.5 = 1.11 \times 10^{-5} \text{ T}$$

30-2 Vergelijkingen van Maxwell

$$\oint_S E_n dA = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{inside}} \quad 30-6a$$

Wet van Coulomb

Wet van Gauss

$$\oint_S B_n dA = 0 \quad 30-6b$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA \quad 30-6c$$

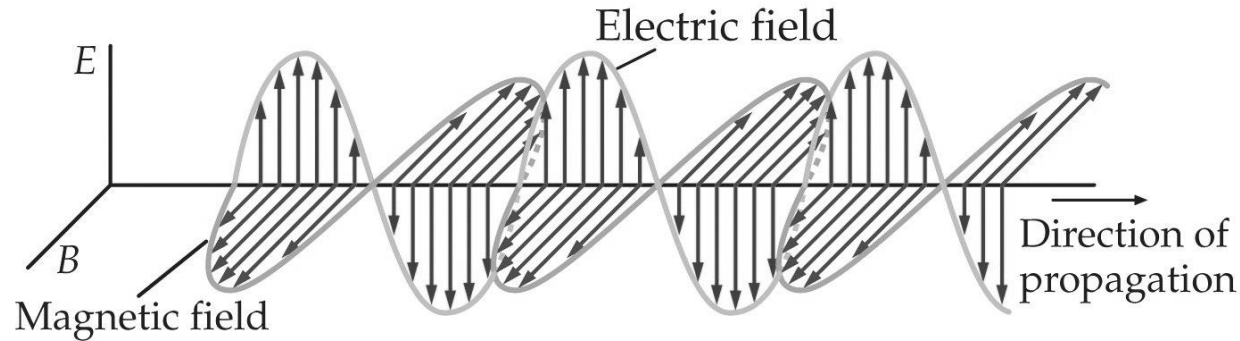
Wet van Faraday

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(I + I_d)$$

Wet van Ampere

$$= \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S E_n dA = \mu_0 I + \underbrace{\mu_0 \epsilon_0 \int_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA}_{\text{displacement current}} \quad 30-6d$$

30-3 Elektromagnetische golven



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

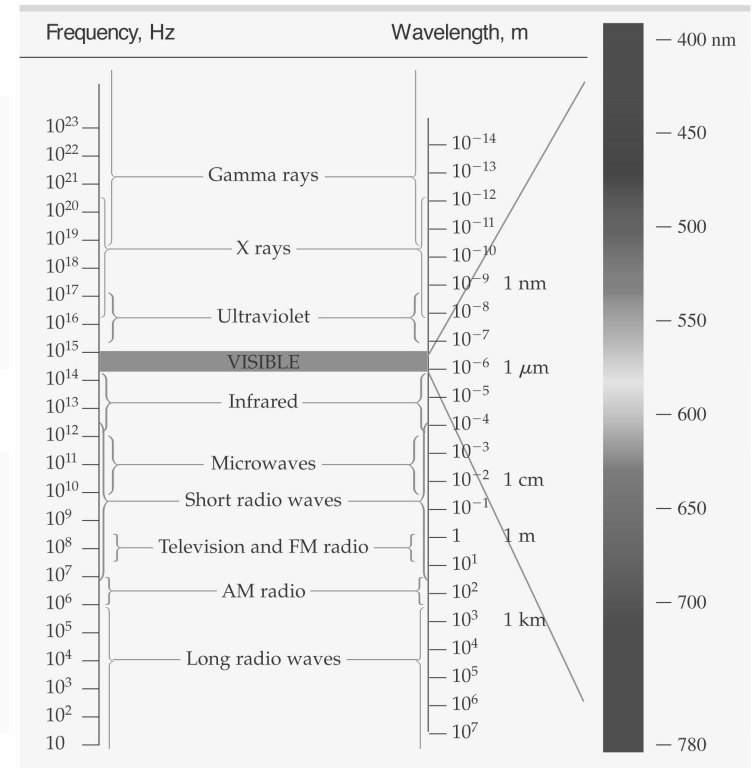
E en B in fase
 E loodrecht op B
 $E = cB$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

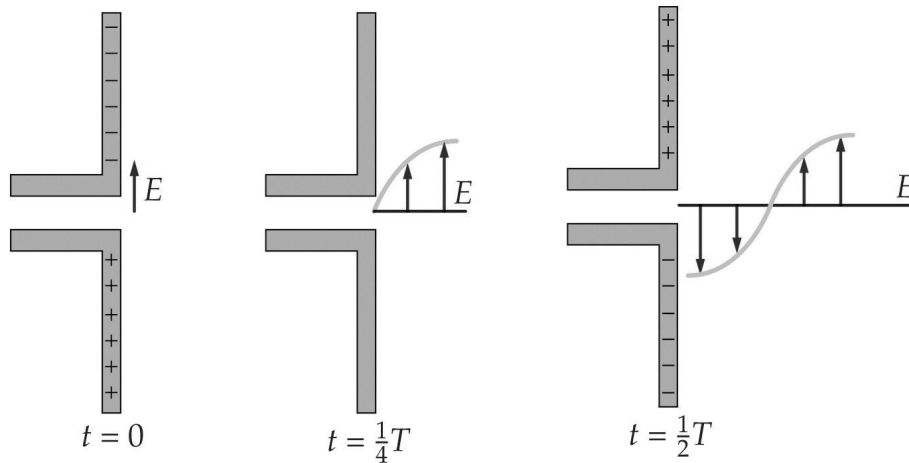
$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

TABLE 30-1

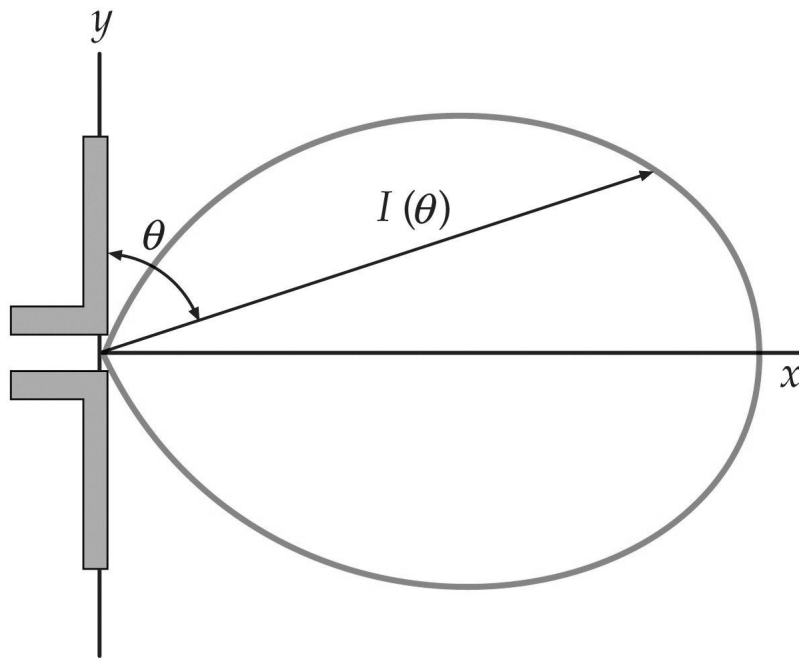
The Electromagnetic Spectrum



Elektromagnetische dipoolstraling

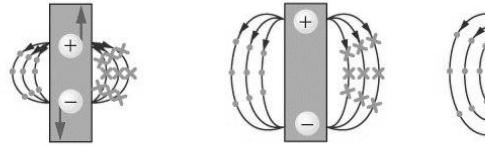


Radio antenne: V_{AC} wordt op de antenne aangesloten en E en B velden worden opgewekt die met snelheid c van de antenne bewegen.



Pooldiagram van de intensiteit van elektromagnetische straling van een dipoolantenne. Intensiteit is evenredig met de lengte van de vector en is maximaal van $\theta = 90^\circ$

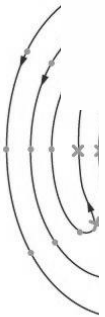
Oscillerende elektrische dipool



$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

30-10

$$I = u_{\text{av}} c = \frac{E_{\text{rms}} B_{\text{rms}}}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = |\vec{S}|_{\text{av}} \quad 30-9$$

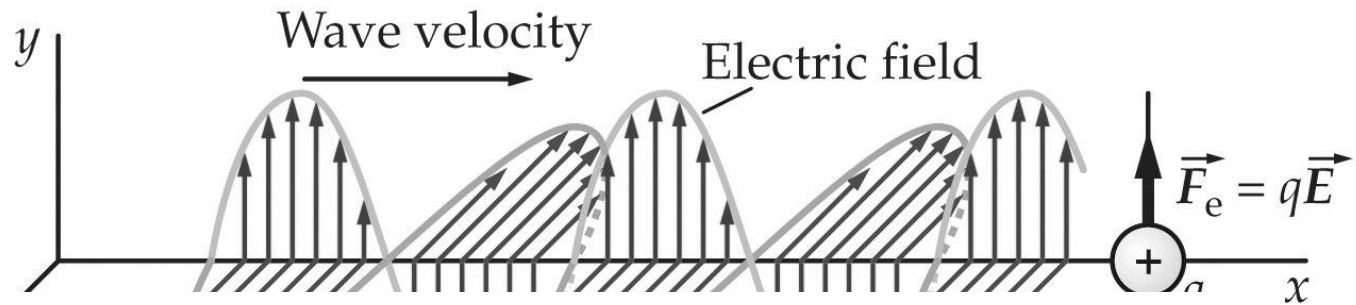


$$u = u_e + u_m = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0 c} \quad 30-8$$

ENERGY DENSITY IN AN ELECTROMAGNETIC WAVE v .

B veldlijnen zijn cirkels met de dipool als as. Het uitproduct $E \times B$ wijst altijd van de dipool af.

EM golf invallend op lading



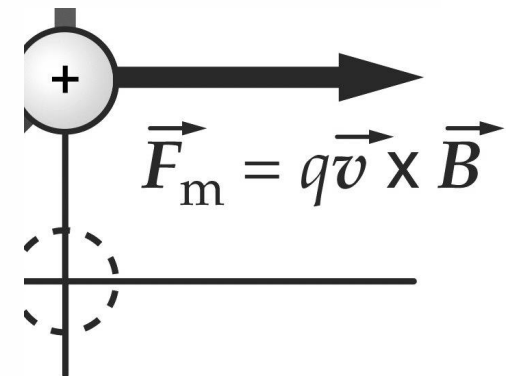
$$p = \frac{U}{c}$$

30-13

MOMENTUM AND ENERGY IN AN ELECTROMAGNETIC WAVE

$$P_r = \frac{I}{c}$$

30-14



RADIATION PRESSURE AND INTENSITY