

VIII Wat heb ik geleerd?

Magneet N of Z



Kracht, $\vec{B}$ -veld

Lorentzkracht

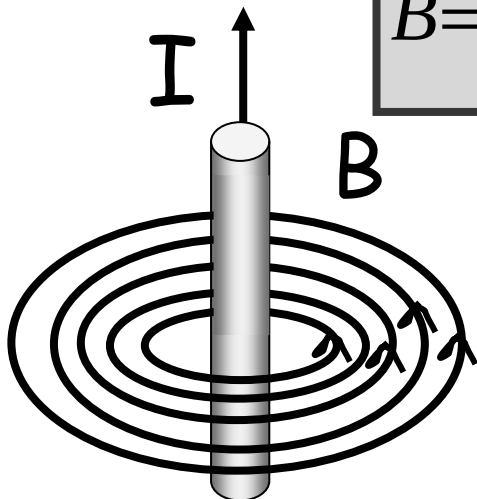
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int_{\text{stroom}} \vec{I} \times \vec{B} dl \rightarrow I \int_{\text{stroom}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{stroom}} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{stroom}} dl \frac{\vec{I} \times \hat{r}}{r^2}$$

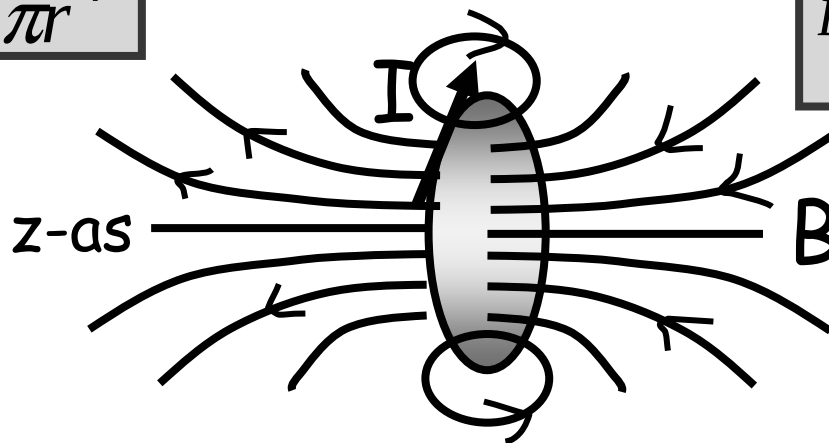
stroomdraad

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



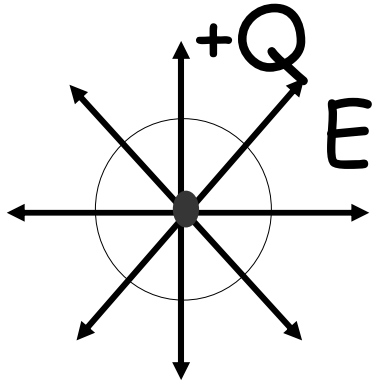
stroomkring

$$\vec{B}_{z-as} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{[R^2 + z^2]^{3/2}} \hat{z}$$



Wet van Ampère

Vergelijk E-veld:
wet van Gauss



puntlading

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

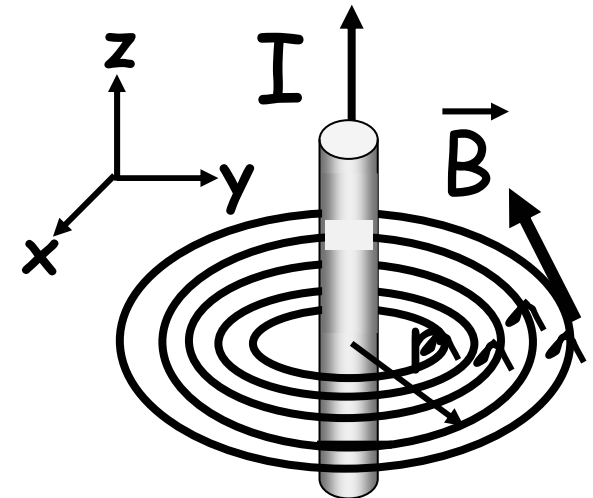
$$\oint_{\text{oppervlak } O} \vec{E} \cdot d\vec{\hat{o}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{omsloten}} Q_i$$

B-veld:

wet van Ampère

stroomdraad

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} r d\phi$$

$$= \mu_0 I = \mu_0 \int_{\text{schijf}} \vec{J} \cdot d\vec{o}$$

V.b. Ampère dikke draad

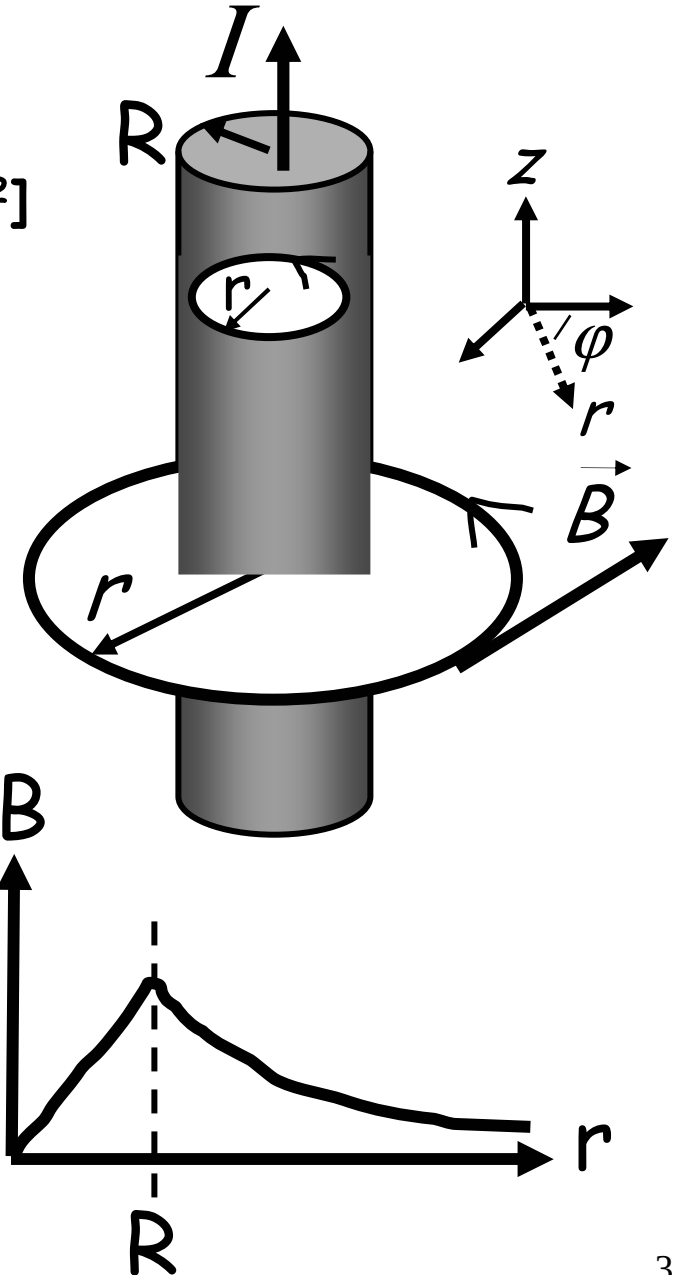
Dikke draad, $\varnothing=2R$

- stroomdichtheid: $J=I/\pi R^2$ [$A/m^2=C/sm^2$]
- symmetrie: $\vec{B} // \hat{\phi}$
- "Ampère lus": cirkeltjes

$$\oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B$$

kring

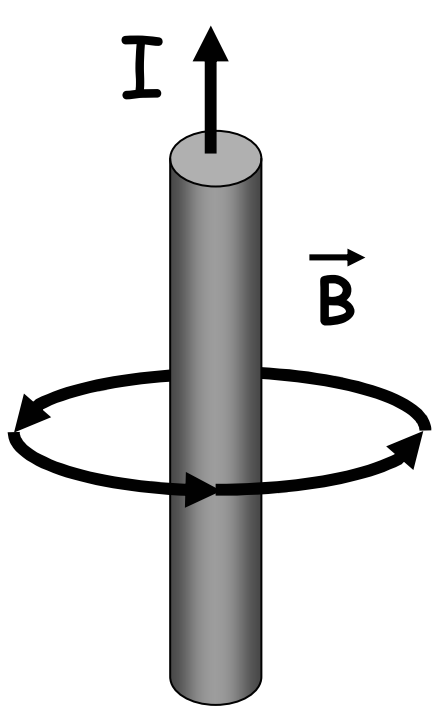
$$= \begin{cases} r < R: & \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \\ r > R: & \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$



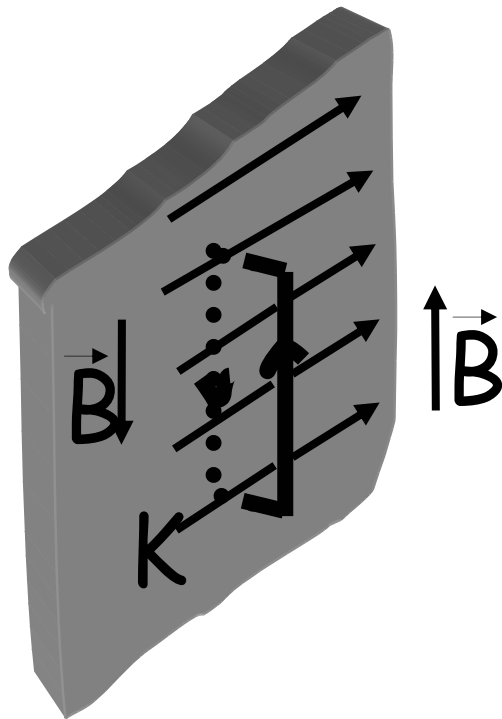
Overzicht toepassingen wet van Ampère

$$\oint_{\text{rand}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{omsloten}} = \mu_0 \int_{\text{oppervlak}} \vec{J} \cdot d\vec{\sigma}$$

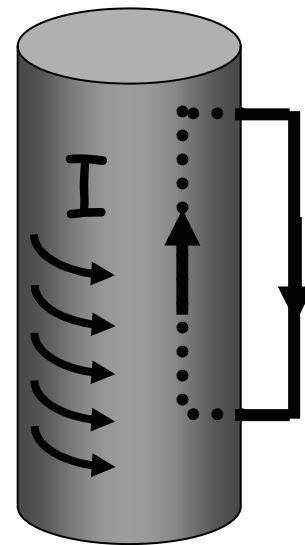
Essentie:
Symmetrie!



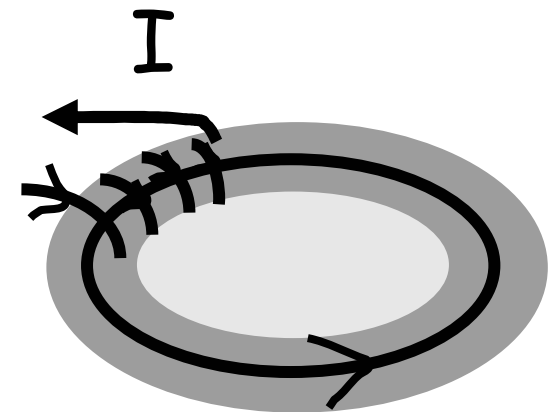
Draad



Plaat



Solenoid



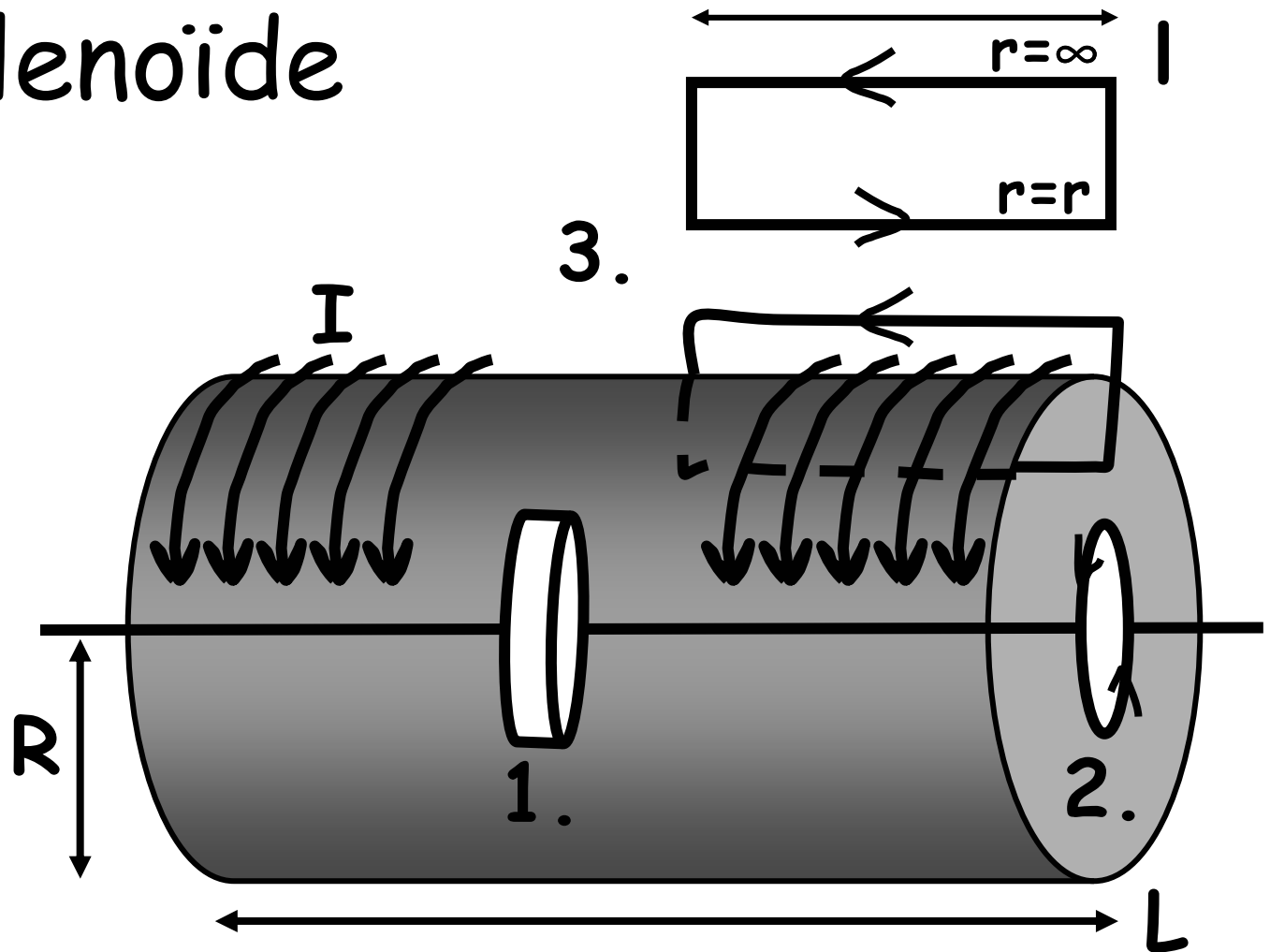
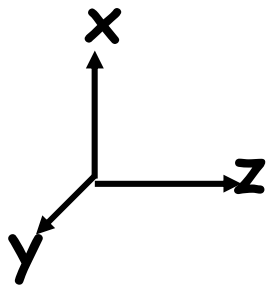
Komen nog!

Toroid

B-veld solenoïde

Solenoïde

- diameter: $2R$
- lengte: $L \gg R$
- stroom: I
- windingen/m: N



1. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0 \Rightarrow \vec{B}_r = 0$
pillendoosje

2. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} r < R: 0 \Rightarrow \vec{B}_\phi = 0 \\ r > R: 0 \Rightarrow \vec{B}_\phi = 0 \end{cases}$
cirkel

3. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} \text{buiten: } 0 \Rightarrow B_z = 0 \\ \text{binnen: } 0 \Rightarrow l B_z = N I l \mu_0 \\ \Leftrightarrow B_z = N I \mu_0 \end{cases}$
rechthoek

Magnetisatie

Magnetisatie microscopisch bekeken

Magnetisatie en “gebonden” stroom

Het veld “ B_{app} ”

Lineaire materialen

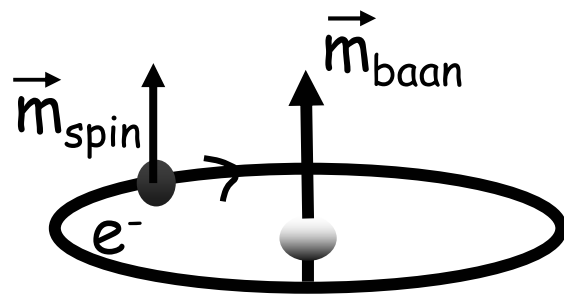
Voorbeelden

Dia- & para-magnetisme

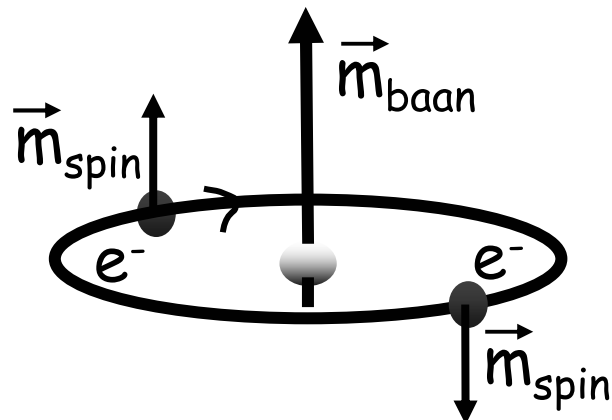
Elektron baan beweging: $\Delta(\sum \vec{m}) \propto -\vec{B}$

Elektron spin beweging: $\Delta(\sum \vec{m}) \propto +\vec{B}$

Wie wint: baan of spin? Afhankelijk van # elektronen!



Waterstof



Helium

Para-magnetisch:

- # elektronen oneven
- spin component wint
- $\Delta \vec{m} // +\vec{B}$

Dia-magnetisch:

- # elektronen even
- baan component wint
- $\Delta \vec{m} // -\vec{B}$

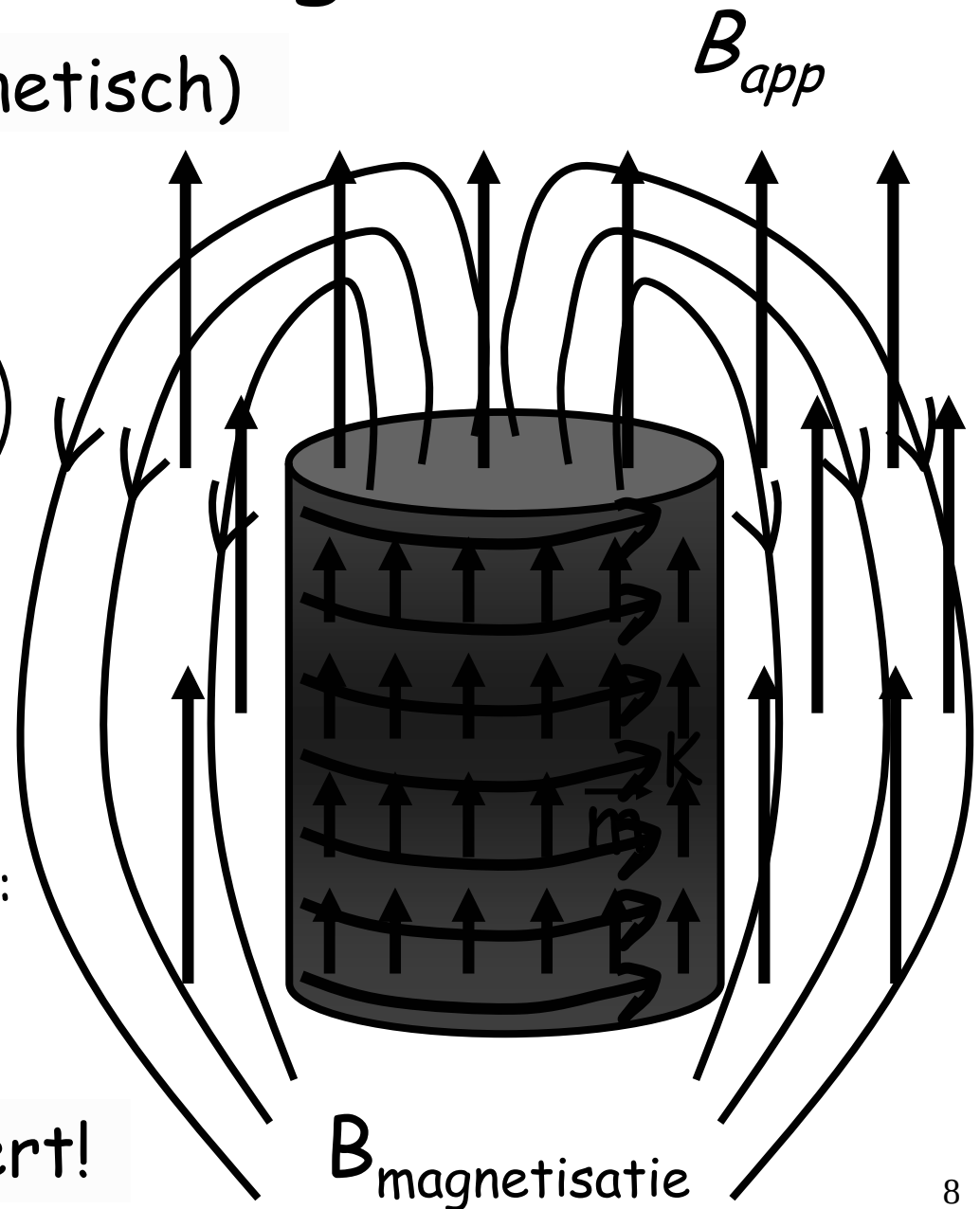
Macroscopisch: magnetisatie

Brok materie (para-magnetisch)

Karakteristieken in B-veld:

- magnetiseert d.w.z. atomaire dipooltjes m
- magnetisatie op te vatten als: oppervlakte stroom
- deze stroom genereert B-veld: tegengesteld externe B-veld

Originele B-veld verandert!



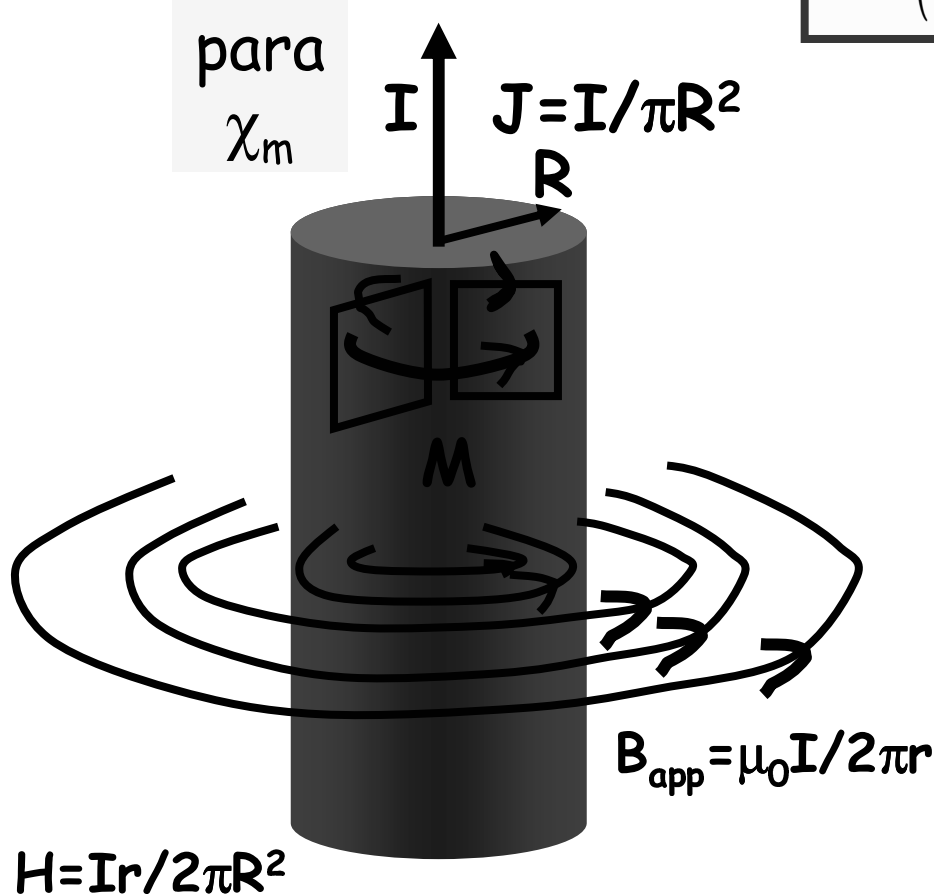
Lineaire materialen

Opmerking: in analogie met elektrostatica zou je lineaire relatie tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}$ i.p.v. tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}_{app}$ verwachten. In elektrostatica controleer je als experimentator V en daarmee E . Vandaar dat je D bijna nooit tegenkomt! In magnetostatica controleer je als experimentator I en daarmee $\vec{B}_{app}$. Vandaar dat je $\vec{B}$ bijna nooit tegenkomt!

Lineaire relatie tussen $\vec{M}$ en $\vec{B}_{app}$: $\vec{M} \propto \vec{B}_{app} \Rightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{B}_{app} / \mu_0$

Nu volgt overal $\vec{B}$ uit $\vec{B}_{app}$:

$$\vec{B} \equiv \vec{B}_{app} + \mu_0 \vec{M} = \vec{B}_{app} + \chi_m \vec{B}_{app} = (1 + \chi_m) \vec{B}_{app} \equiv K_m \vec{B}_{app} \text{ met } K_m \equiv (1 + \chi_m)$$



$$r > R: \quad 2\pi r B_{app} = \mu_0 I \Rightarrow B_{app} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R: \quad 2\pi r B_{app} = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow B_{app} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R: \quad M = 0$$

$$r < R: \quad M = \chi_m B_{app} / \mu_0 = \chi_m \frac{I r}{2\pi R^2}$$

$$r > R: \quad B = B_{app} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R: \quad B = B_{app} + \mu_0 M = \frac{K_m \mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Para- en diamagnetische materialen

PARA-MAGNETISCH

$$\chi_m > 0$$

Element	Z	χ_m

Helium	2	?
Zuurstof	8	$+2 \times 10^{-6}$
Neon	10	?
Aluminium	13	$+21 \times 10^{-6}$
Argon	18	?

DIA-MAGNETISCH

$$\chi_m < 0$$

Element	Z	χ_m

Waterstof	1	≈ 0
Koper	29	-10×10^{-6}
Zilver	47	-25×10^{-6}
Goud	79	-30×10^{-6}

Terminologie:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \chi_m & \text{susceptibiliteit} \begin{cases} \chi_m < 0 \text{ dia} \\ \chi_m > 0 \text{ para} \end{cases} \\ (1 + \chi_m) \equiv K_m & \text{relatieve permeabiliteit} \\ (1 + \chi_m) \mu_0 \equiv \mu & \text{permeabiliteit} \end{array} \right.$$

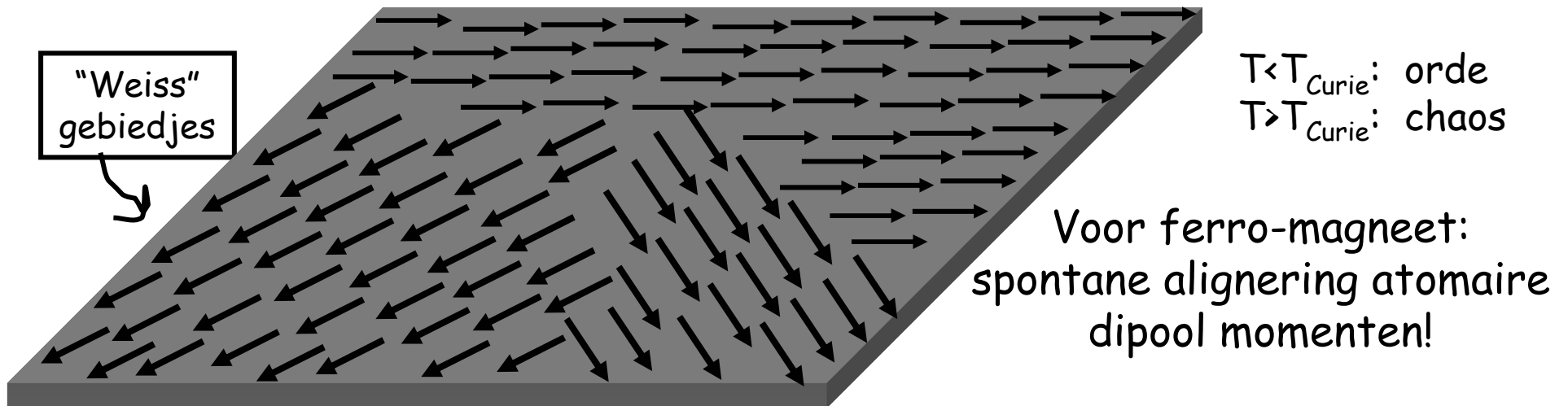
Ferromagnetisme

Principe & hysteresse

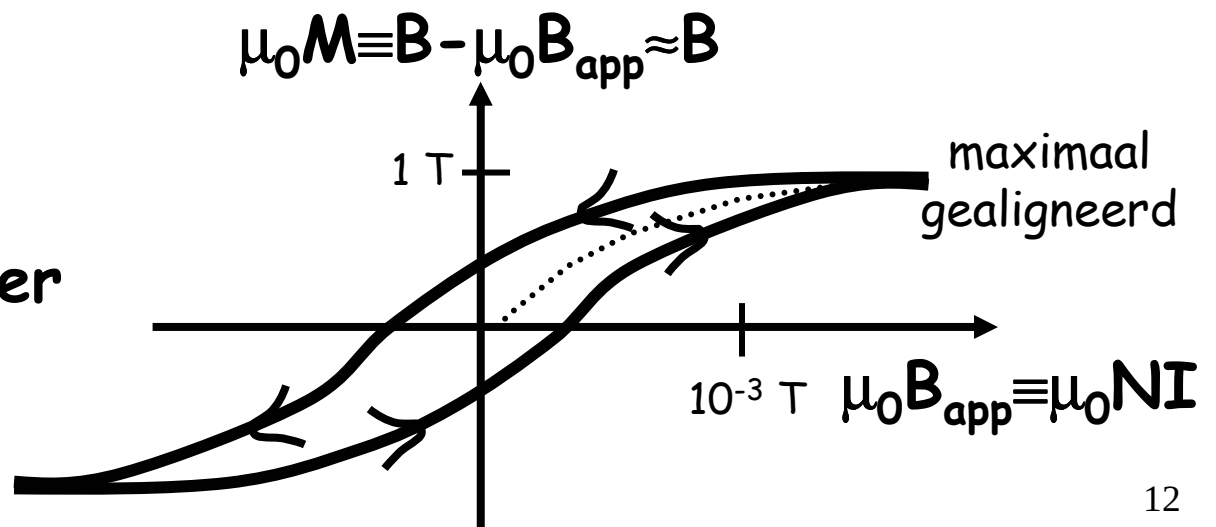
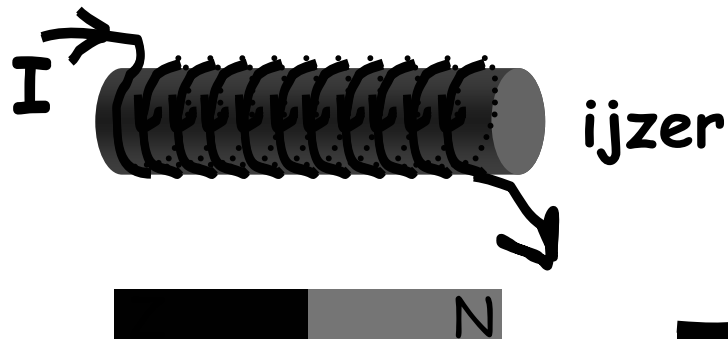
Permanente magneet?

Para-magnetisme
dia-magnetisme

Ferro-magnetisme
(temperatuur afhankelijk!)



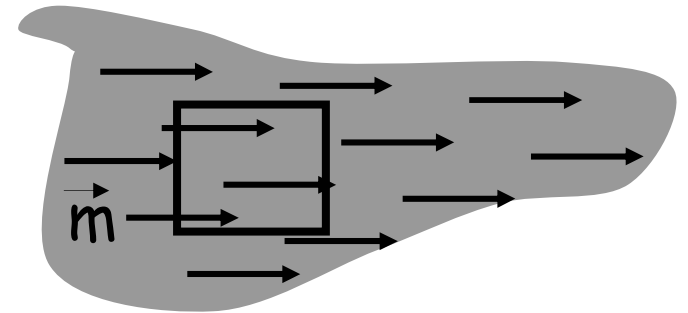
Hysteresis:



XI Wat heb ik geleerd?

Materialen

- Magnetisatie



- Mogelijkheden:

- Dia-magnetisme
- Para-magnetisme
- Ferro-magnetisme

$$\vec{M} // -\vec{B}_{\text{app}}$$

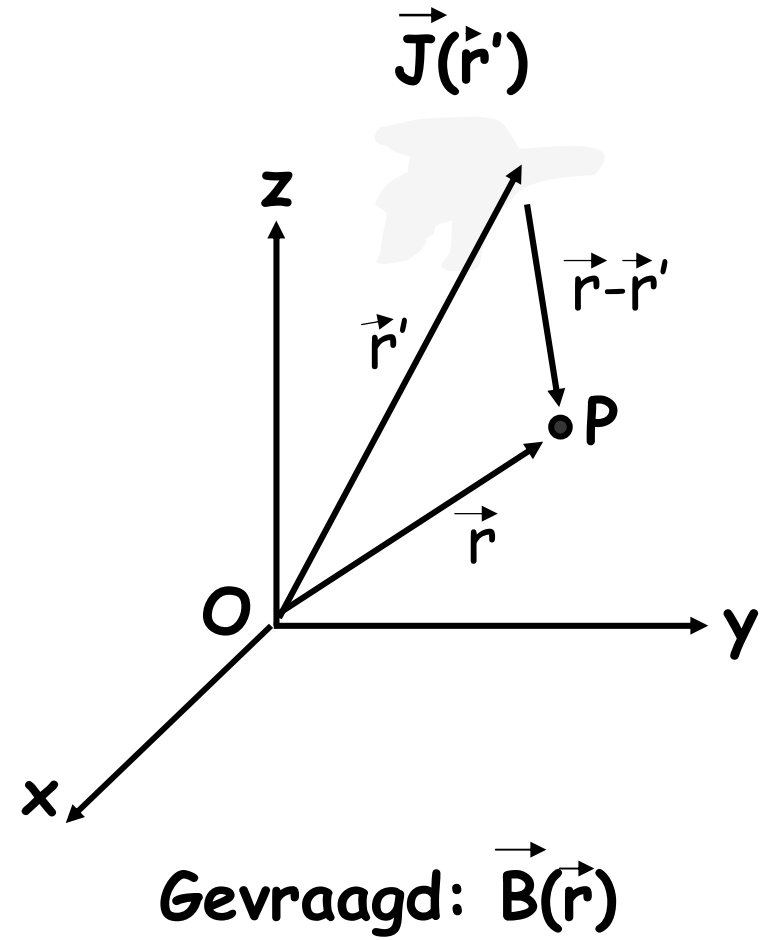
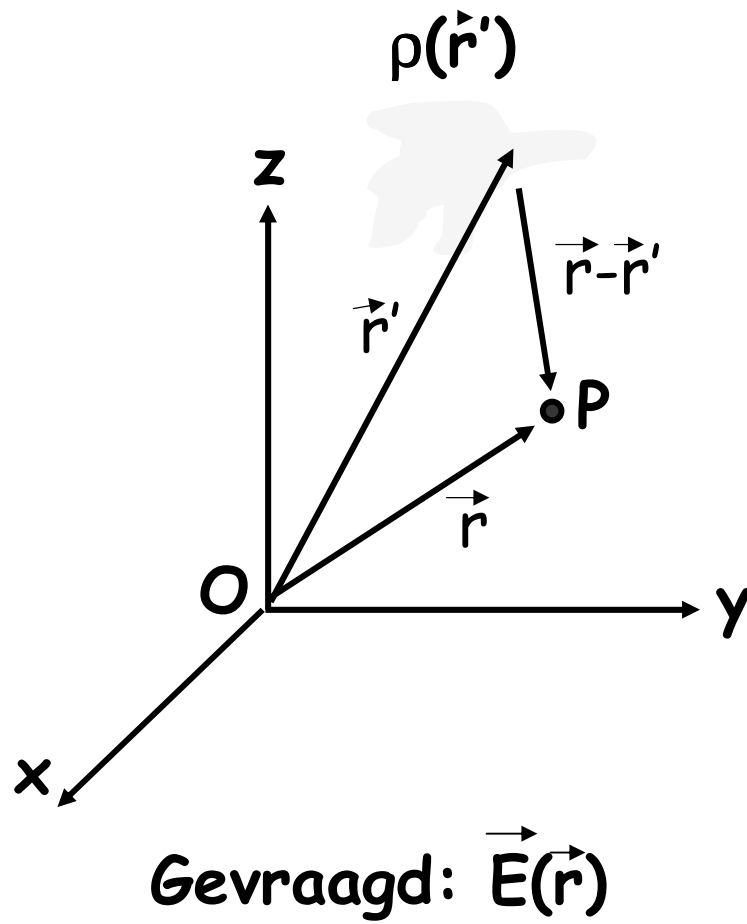
$$\vec{M} // +\vec{B}_{\text{app}}$$

$$\vec{M} \text{ permanent (hysteresis)}$$

Elektro- & magnetostatica in vacuüm

Elektrostatica: Coulomb

Magnetostatica: Biot-Savart



Elektro- & magnetostatica in vacuüm

Elektrostatica: Coulomb

$$\begin{aligned}\vec{E}_P \equiv \vec{E}(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{volume}} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dv'\end{aligned}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_{\text{kring}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \Phi_E \equiv \oint_{\text{oppervlak}} \vec{E} \cdot d\vec{o} = \frac{Q^{\text{omsloten}}}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauss}) \end{array} \right.$$



$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Magnetostatica: Biot-Savart

$$\begin{aligned}\vec{B}_P \equiv \vec{B}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{lijn}} \frac{\vec{I} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dl' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{volume}} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dv'\end{aligned}$$

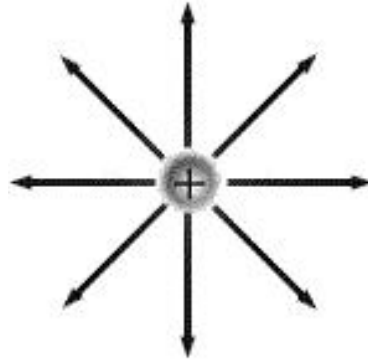


$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_{\text{kring}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I^{\text{omsloten}} \quad (\text{Ampere}) \\ \Phi_B \equiv \oint_{\text{oppervlak}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0 \end{array} \right.$$

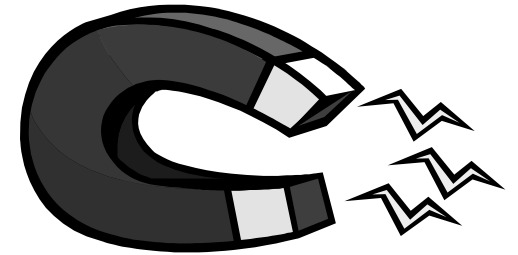


$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \& \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

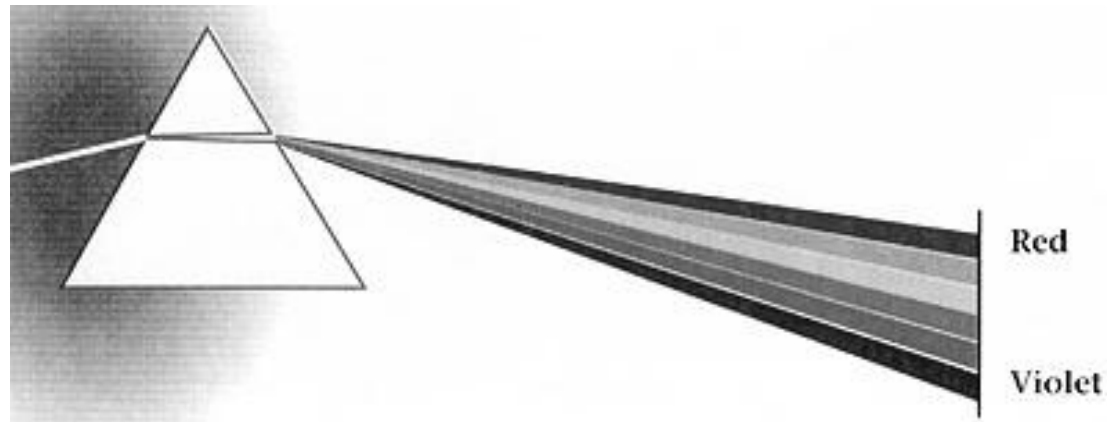
Elektrostatica



Magnetostatica



→ Elektromagnetisme $\Rightarrow$ Licht



Inhoud

Elektrostatica

I. Elektrische kracht, - veld en - potentiaal

II. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

III. Elektrische velden in materie: polarisatie

Magnetostatica

IV. Lorentz kracht en magnetisch veld

V. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

VI. Magnetische velden in materie: magnetisatie

Elektromagnetisme $\Rightarrow$ Licht

$\rightarrow$ VII. Elektromagnetische inductie & wet van Faraday

VIII. Maxwell vergelijkingen & elektromagnetische golven

Elektromagnetische inductie wet van Faraday

Elektromotorische kracht
Wet van Faraday
Zelfinductie

Elektromotorische kracht (EMK)

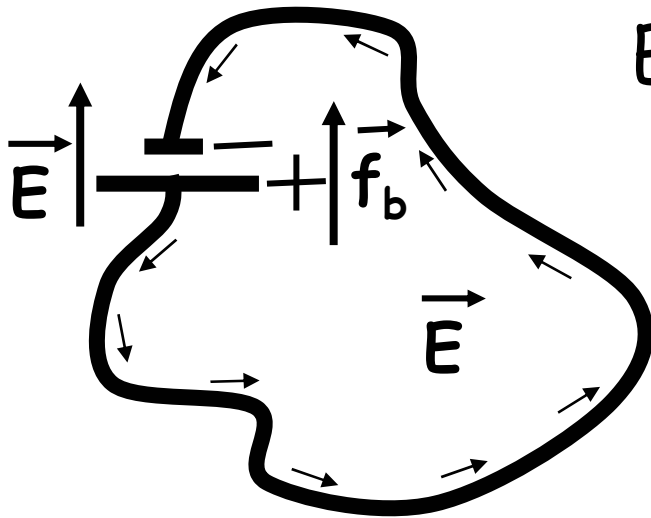
Definitie EMK

Inductie

Voorbeelden

Definitie EMK

$$\vec{J} = \sigma \vec{f} \text{ met } \vec{f} = \vec{f}_b + \vec{E}$$



$$EMK \equiv \oint_{\text{kring}} \vec{f} \cdot d\vec{l} = \oint_{\text{kring}} (\vec{f}_b + \vec{E}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \oint_{\text{kring}} \vec{f}_b \cdot d\vec{l} + \cancel{\oint_{\text{kring}} \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \oint_{\text{kring}} \vec{f}_b \cdot d\vec{l}$$

statisch $\Rightarrow 0$

Let op:
 $\vec{f}_b // \vec{E}$
 maar
 $\vec{f}_E = -e\vec{E}$

v.b.: voor een kring met:

- batterij met V_0
- constante stroomdichtheid $|\vec{J}| = I/A$

$$EMK \equiv \oint_{\text{kring}} \vec{f} \cdot d\vec{l} = \oint_{\text{kring}} \vec{f}_b \cdot d\vec{l}$$

$$= - \int_{\text{binnen batterij!}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\text{buiten batterij!}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \equiv V_0$$

$$EMK = \oint_{\text{kring}} \frac{\vec{J}}{\sigma} \cdot d\vec{l} = I \oint_{\text{kring}} \frac{dl}{\sigma A} \equiv IR$$

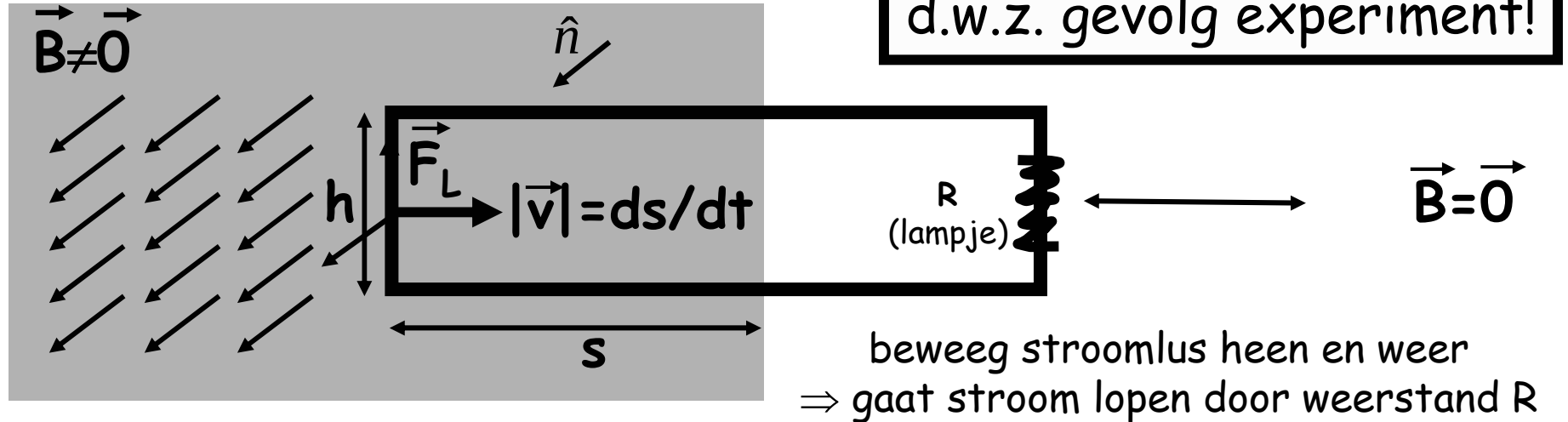
$$\Rightarrow R \equiv \oint_{\text{kring}} \frac{dl}{\sigma A} \rightarrow \frac{l}{\sigma A} \quad \begin{array}{l} \text{zie} \\ \text{hiervoor} \end{array}$$

Voor alle duidelijkheid (hoop ik):

- dit is dus een statische opstelling
 $\Rightarrow$ kringintegraal van E is nul
 - klein E -veld in de draad
 - groot (tegengesteld) E -veld in de "batterij"
- **chemie** in batterij pompt elektronen
 tegen het veld in van de + pool naar de - pool $\Rightarrow \vec{f}_b$

Inductie

In geel: Lorentz kracht op e^-



EMK berekening: kracht/ad in nc : $\vec{f} = \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow vB$

$$\Rightarrow \text{EMK} \equiv \oint_{\text{kring}} \vec{f} \cdot d\vec{l} \rightarrow \oint_{\text{kring}} \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = vBh$$

Wat blijkt? magnetische flux: $\Phi_B \equiv \int_{\text{opp.kring}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = Bhs$

$$\boxed{\text{EMK} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = V_{\text{Ind}}} \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(Bhs)}{dt} = Bh \frac{ds}{dt} \equiv -Bhv = -\text{EMK}$$

Een detail: ten koste van wat loopt de stroom?

1. Niet ten koste van het externe B-veld!

Arbeid verricht door dit B-veld per ladingstrager:

$$\Delta W = \int_{\text{verplaatsing}} \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int_{\text{verplaatsing}} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = 0 \quad \text{want } \vec{v} \parallel d\vec{l} \text{ dus } \vec{v} \times \vec{B} \perp d\vec{l}$$

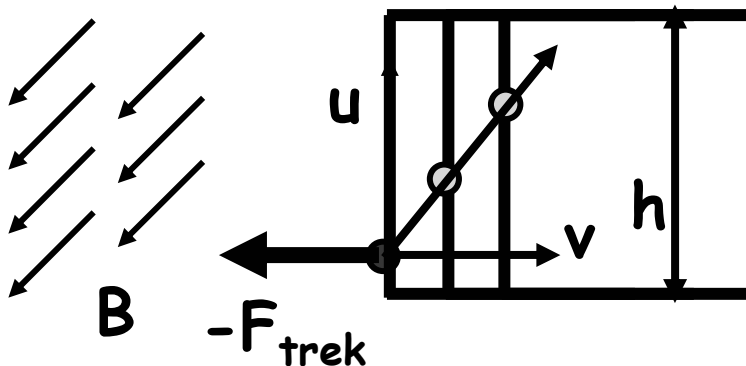
Hiermee loopt er dus geen stroom door de weerstand!

2. We! ten koste van persoon die aan stroomlus trekt!

Arbeid verricht door dit individu per ladingstrager:

u: snelheid waarmee elektronen in draadlus bewegen

v: snelheid waarmee draadlus beweegt

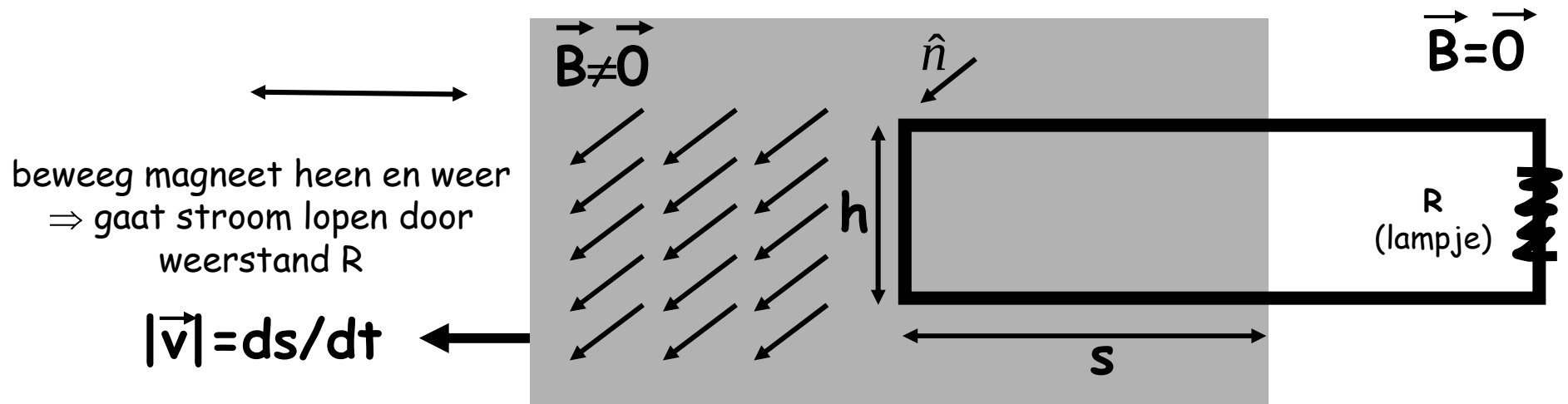


$$\begin{aligned} \Delta W &= \int_{\text{verplaatsing}} \vec{F}_{\text{trek}} \cdot d\vec{l} = \int_{\text{verplaatsing}} (\vec{u} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= uB \frac{h}{u/v} = vBh \end{aligned}$$

Wet van Faraday

Wet van Faraday
De "+" en de "-" tekens!
Voorbeelden

Beweeg magneet i.p.v. stroomlus!



Stroom identiek aan vorige voorbeeld:

- (a) gebruik relativiteit principe
- (b) doe gewoon de proef!

Wat is de EMK voor deze stroom?

- niet magnetisch want $\vec{v}_{\text{lading}} = 0$
- dus elektrisch (niet statisch!)

~~W~~ volgt er uit $EMK = -\frac{d\Phi_B}{dt}$?

$$EMK \equiv \oint_{\text{kring}} \vec{f} \cdot d\vec{l} \rightarrow \oint_{\text{kring}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\text{opp.kring}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{o}$$

Stokes

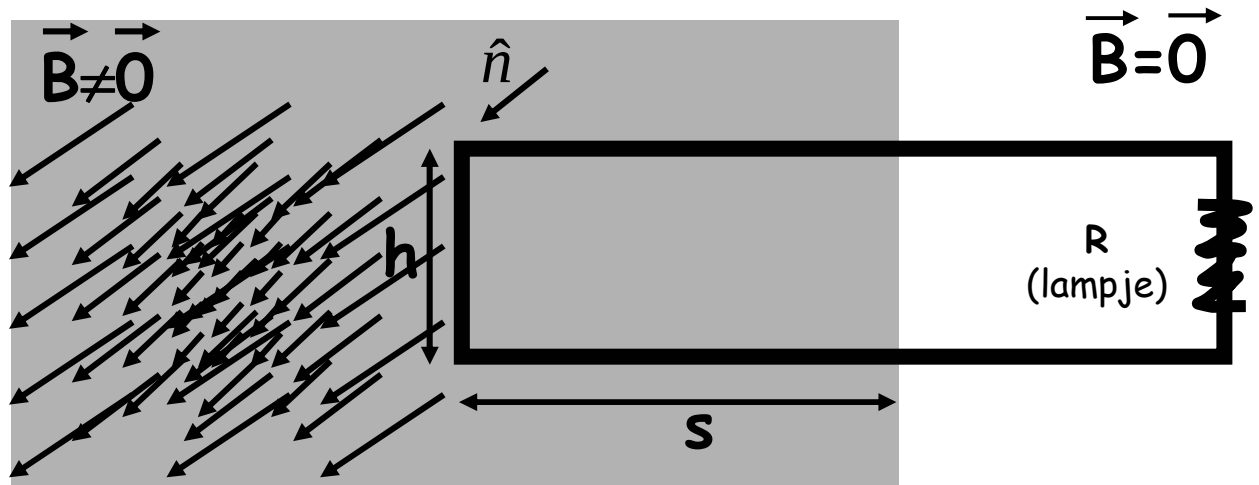
$$\frac{d\Phi_B}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \int_{\text{opp.kring}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = \int_{\text{opp.kring}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{o}$$

$\Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\text{opp.kring}} \left(\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{o} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Grady} \end{array} \right.$$

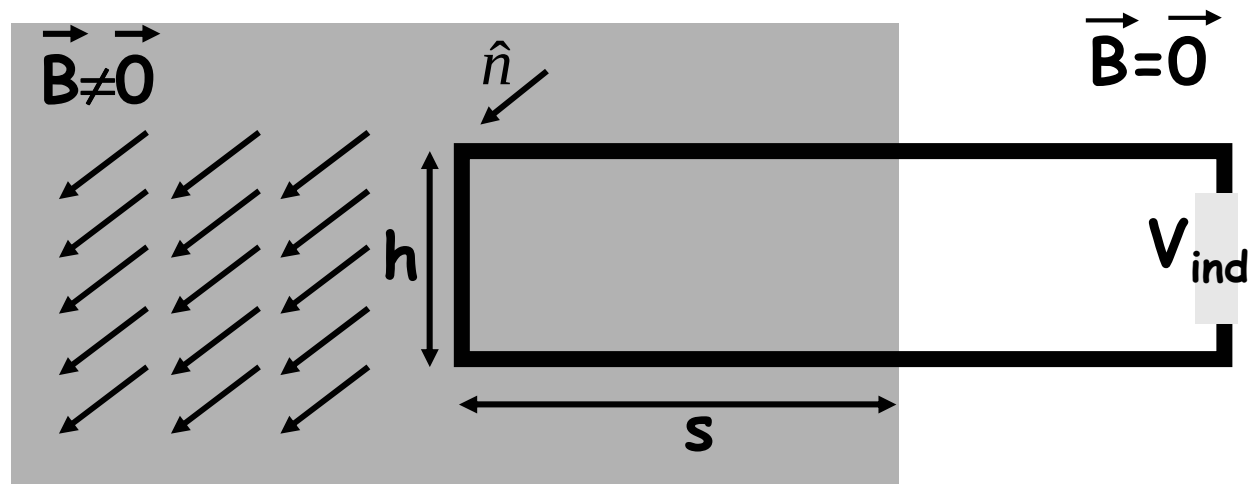
I.p.v. bewegend B-veld neemt B lineair af!

Laat B lineair afvallen in de tijd
⇒ gaat stroom lopen door
weerstand R



$$EMK = -\frac{d\Phi_B}{dt} = V_{Ind}$$

In dit alles kan de stroomkring
ook gewoon open staan!
In dat geval komt er gewoon
een inductie (Hall) spanning op
de uiteinden!



Let wel!

Elektrostatisch (tijdsonafhankelijk):

- stationaire stromen
- stationaire verdeling van de lading

$$\oint_{\text{kring}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$
$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$$

Elektrodynamisch (tijdsafhankelijk):

- stroom die varieert
- verdeling van de lading die varieert

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Wet van Faraday

Je klapt een paraplu uit in een magnetisch veld van 0,2 T. De uiteinden van de baleinen zijn met een metaaldraad met $R=0,1$ Ohm (totale weerstand) verbonden. Het uitklappen duurt 0,3 seconde. De straal van de paraplu is 1 m.

Hoe groot is stroomsterkte in draad direct na uitklappen?

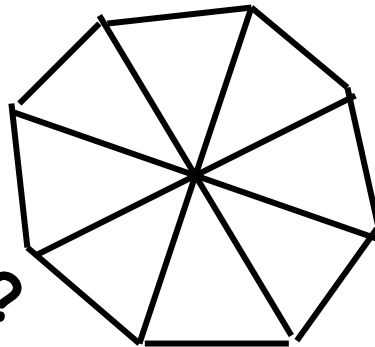
A ≈ 20 A

B ≈ 7 A

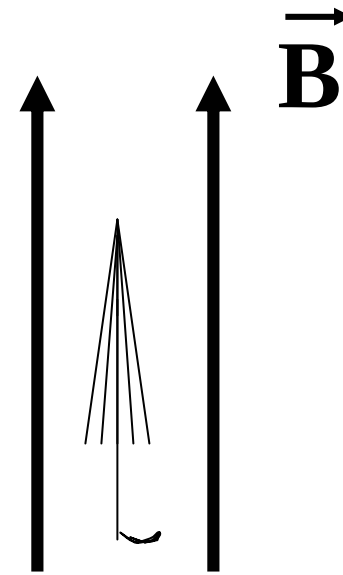
C ≈ 0.2 A

D ≈ 0 A

I=?

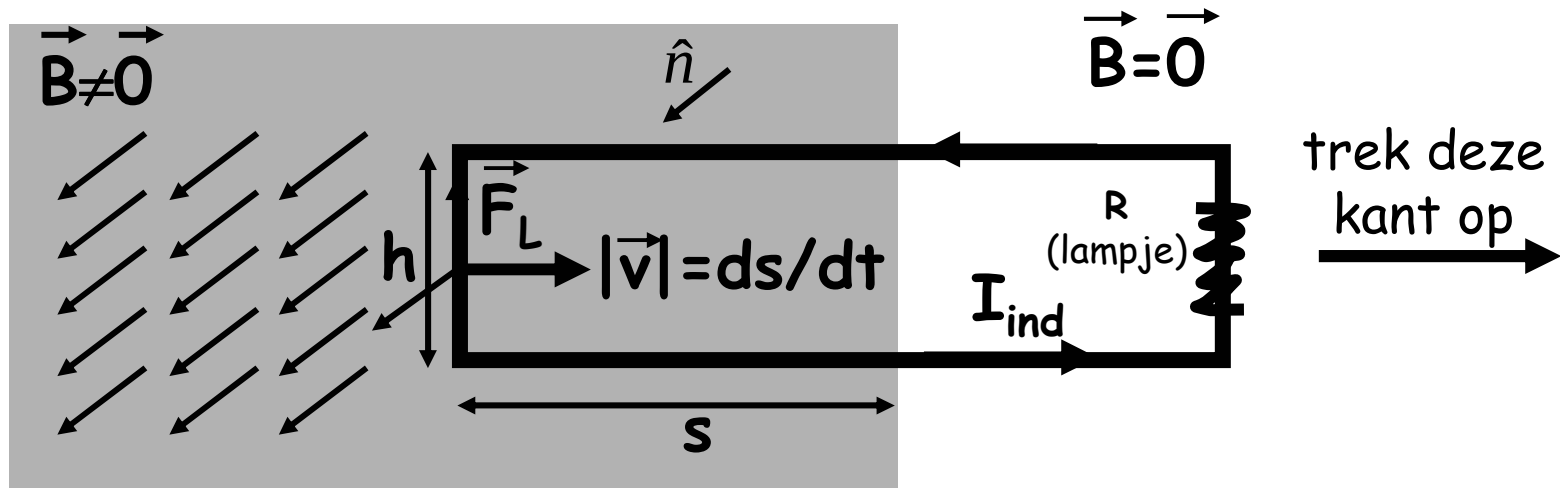


Na uitklappen
van onderaf bekeken
(stroomdraad rondom in rood)



Voor uitklappen

De "+" en de "-" tekens!



Handig trucje ("wet van Lenz"):

richting v/d inductie stroom zodanig dat de flux verandering gecompenseerd wordt

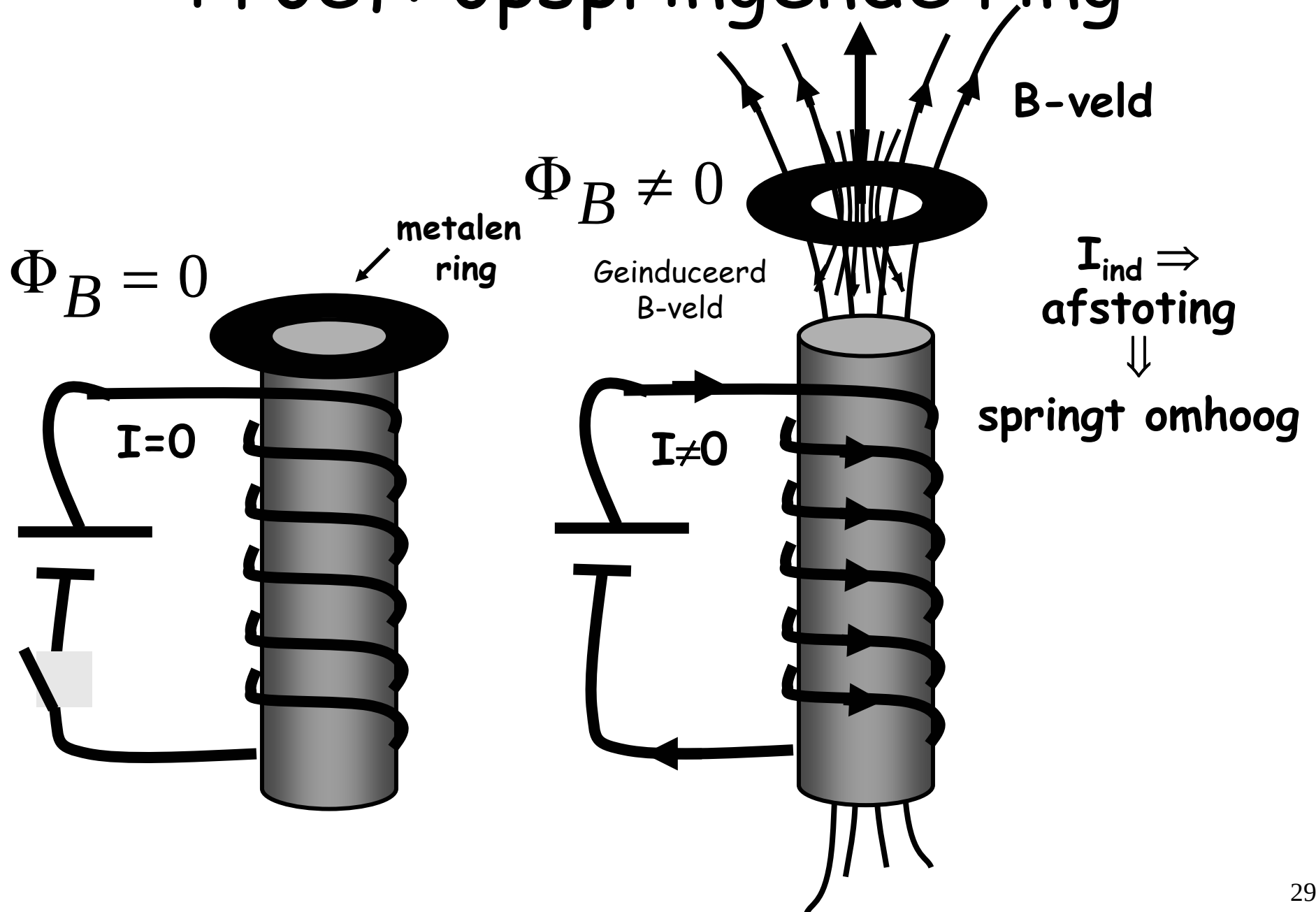
Bovenstaande situatie:

trek stroomlus naar rechts $\Rightarrow \Phi_B$ wordt kleiner

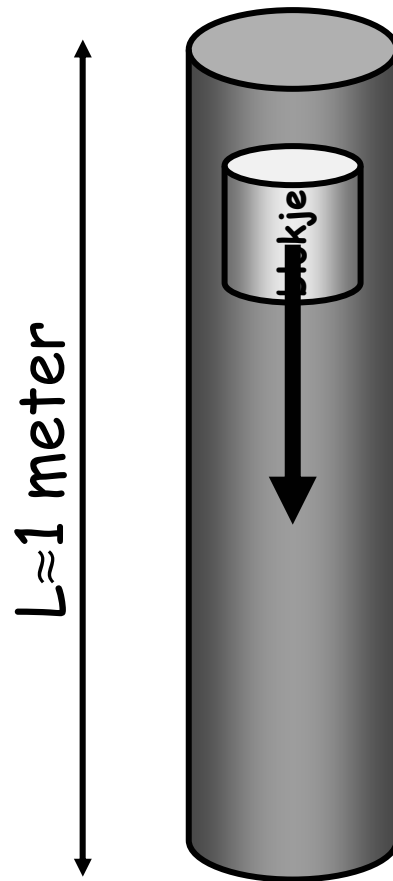
$\Rightarrow$ inductiestroom I_{ind} (zie figuur)

B-veld t.g.v. I_{ind} parallel externe B-veld

Proef: opspringende ring

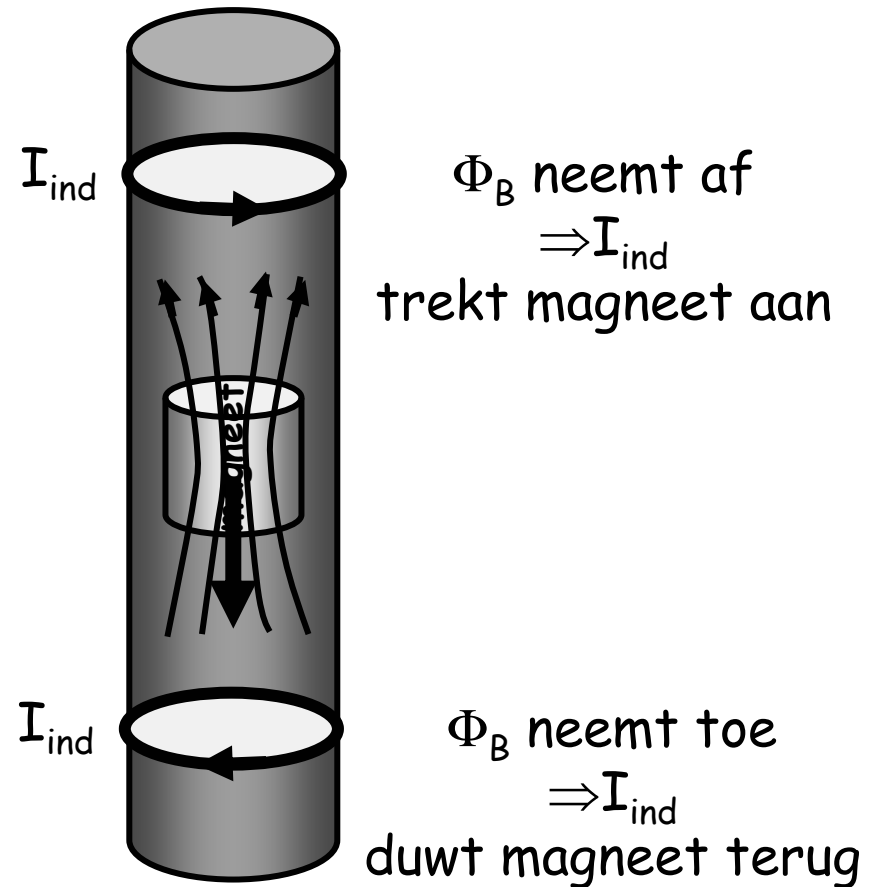


Proef: vallende magneetjes



Blokje materiaal valt
naar beneden

$$t_0 = \sqrt{2/g} \approx 0.45\text{s}$$



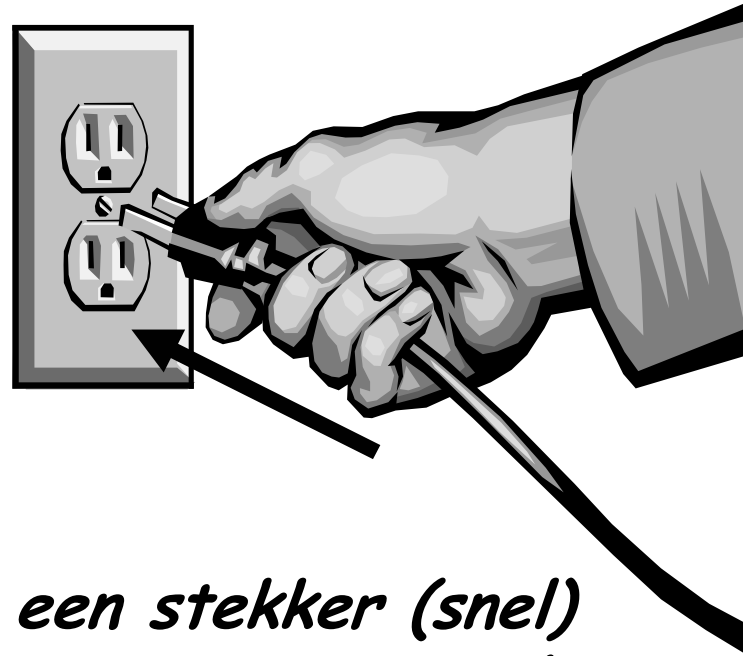
Magneetje valt
langzamer naar beneden

$$t \gg t_0 \approx 0.45\text{s}$$

"Lenz" in de huiskamer?

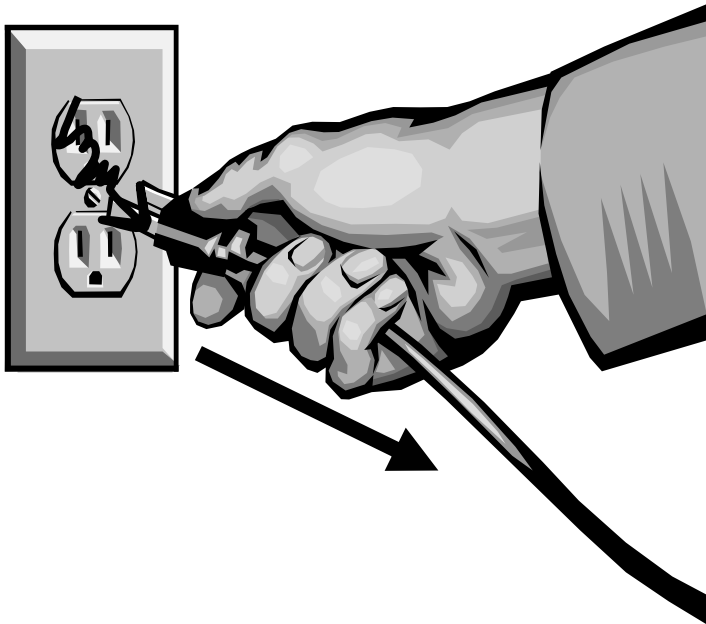
Als je een stekker in een Stopcontact steekt is er zelden een vonk. Waarom?

Begint met $\Phi_B = 0$; dus stroom loopt langzaam op om $\partial\Phi_B/\partial t$ klein te houden!



Als je een stekker (snel) uit een stopcontact trekt zie je vaak een vonk. Waarom?

Begint met $\Phi_B \neq 0$; dus stroom wil blijven lopen om $\partial\Phi_B/\partial t$ klein te houden. Stroom kan alleen lopen via een vonk tussen de stekker en de contactdoos!



Zelfinductie

Definitie

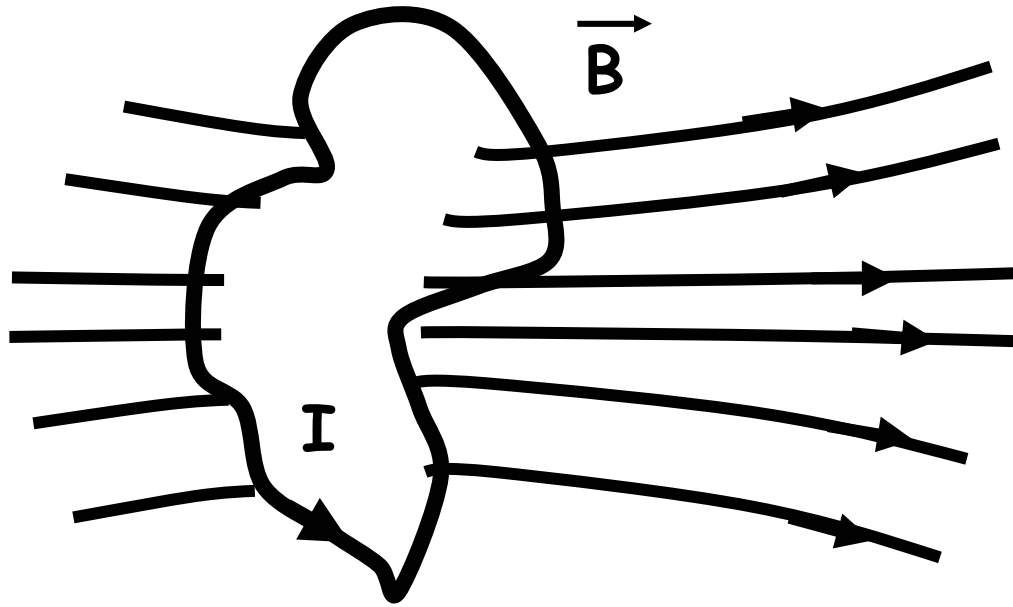
Voorbeelden

Toroïde

Solenoïde

Coaxiale kabel

Zelfinductie "L"



Eenheid van inductie:

Henry: $[H] = [Vs]/[A]$

stroomlus:

$$|\vec{B}| \propto I \Rightarrow \Phi_B \equiv \int_{\text{opp.stroomlus}} \vec{B} \cdot d\vec{o} \propto I$$

$$\Rightarrow \Phi_B \equiv LI$$

L heet "zelfinductie"

Analoog aan de capaciteit C van een condensator hangt ook de inductie L slechts af van de geometrie

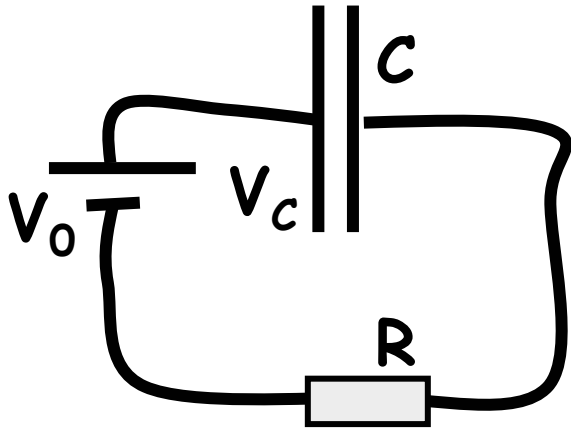
Capaciteit: $C \equiv \frac{Q}{V} \Leftrightarrow V = \frac{1}{C} Q$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} \equiv \frac{1}{C} I$$

Inductie: $L \equiv \frac{\Phi_B}{I} \Leftrightarrow \Phi_B = LI$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{dI}{dt} = -\text{EMK}_{\text{stroomlus}}$$

Gedrag C en L in schakelingen

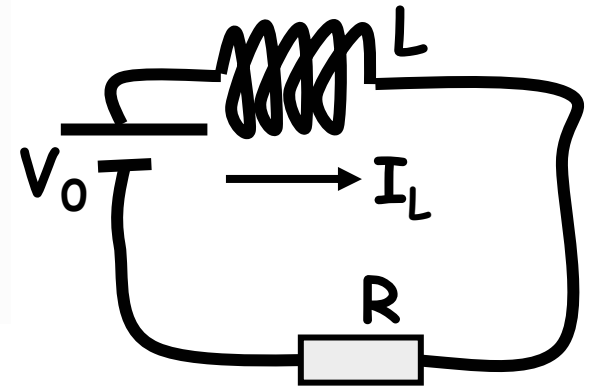


oplossing voor: $\frac{df}{dt} = af + b$; hoe vind ik $f(t)$?

los eerst op: $\frac{df}{dt} = af \Rightarrow f(t) = Ae^{at}$

neem dan als "ansatz": $f(t) = A(t)e^{at}$

$$\Rightarrow e^{at} \frac{dA}{dt} = b \Rightarrow A(t) = -\frac{b}{a} e^{-at} + A_0 \Rightarrow f(t) = A_0 e^{at} - \frac{b}{a}$$

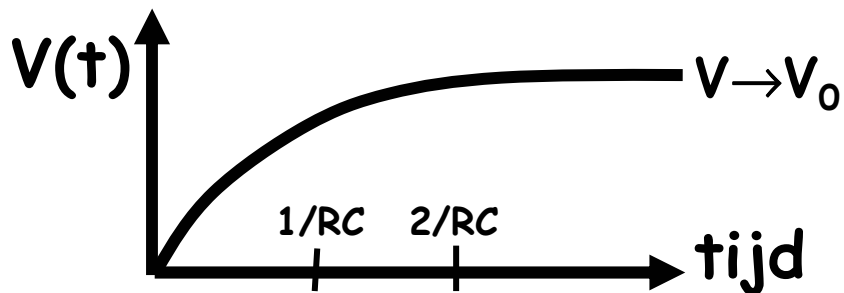


Beginsi tucti $Q_C(0) = V_C(0) = 0$

Gevraagd $V_C(t)$

Utwerking (Ohm EMK = 0) :

$$V_0 - V_C = IR = RC \frac{dV_C}{dt} \Rightarrow V_C(t) = V_0 (1 - e^{-t/RC})$$

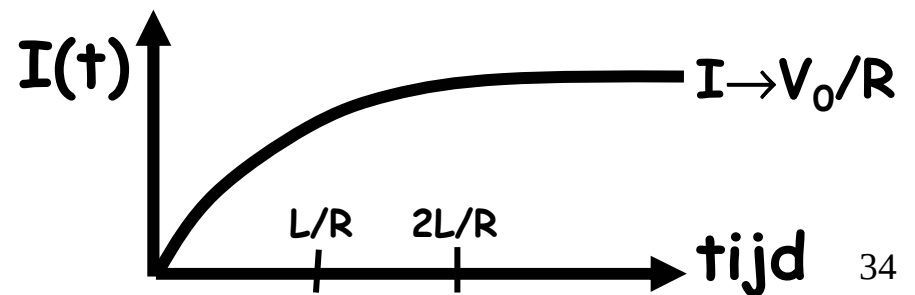


Beginsi tucti $I_L(t = 0) = 0$

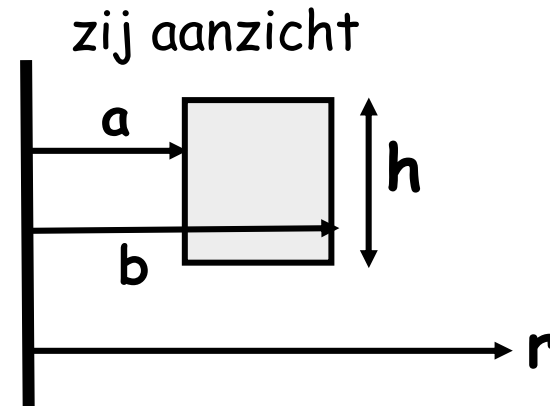
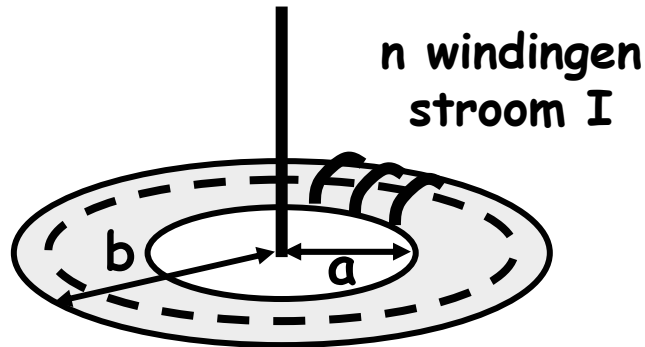
Gevraagd $I_L(t) = I(t)$ in kring

Utwerking (Ohm EMK = 0) :

$$V_0 - L \frac{dI_L}{dt} = IR \Rightarrow I_L(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-tR/L})$$



Zelfinductie toroïde



B-veld: Ampère : $a < r < b$: $2\pi r B = \mu_0 n I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r}$

Flux per winding: $\Phi_B^1 = \int_{\text{rechthoek}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = h \int_a^b \frac{\mu_0 n I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 n I h}{2\pi} \ln(b/a)$

Totale flux Φ_B : $\Phi_B = n \Phi_B^1 = \frac{\mu_0 n^2 I h}{2\pi} \ln(b/a)$

Indien $b \approx a$ d. w. z. $b = a + \delta$

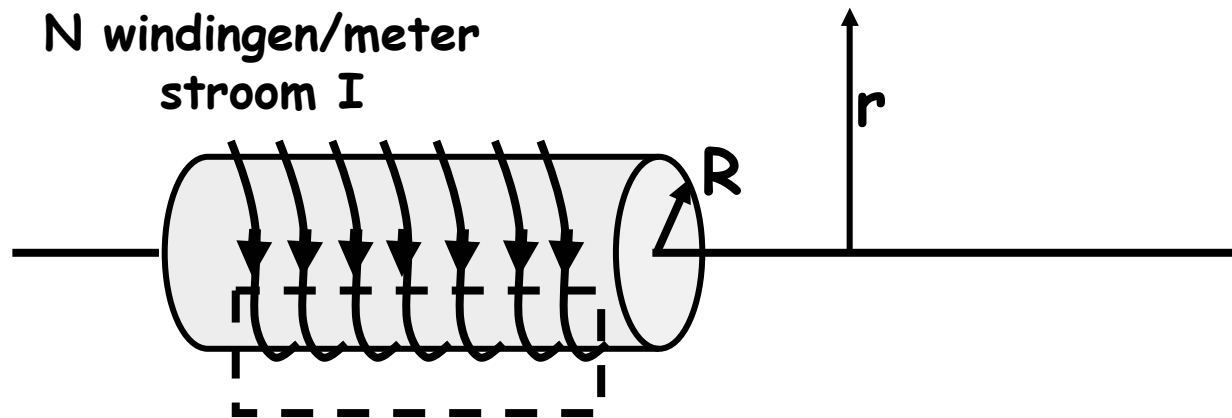
$L = \frac{\mu_0 n^2 h}{2\pi} \ln(1 + \delta/a) \approx \frac{\mu_0 n^2 h \delta}{2\pi a}$

Zelfinductie L: $L \equiv \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 n^2 h}{2\pi} \ln(b/a)$

$2\pi a$: omtrek
 $h\delta$: oppervl. ΔA
 $N \equiv \frac{n}{2\pi a}$: windingen/m

$\Rightarrow L = \mu_0 N^2 A \cdot 2\pi a$

Zelfinductie solenoïde



B-veld: Ampère : $r < R$: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 N I l \Rightarrow B = \mu_0 N I$

Flux per winding: $\Phi_B^1 = \int_{\text{schijf}} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = \int_0^{2\pi} \int_0^R \mu_0 N I r dr d\varphi = \mu_0 N I \pi R^2$

Flux Φ_B (lengte l): $\Phi_B = N \Phi_B^1 * l = \mu_0 N^2 I \pi R^2 * l$

Zelfinductie L (lengte l): $L \equiv \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 N^2 \pi R^2 * l$

Zelfinductie coaxiale kabel



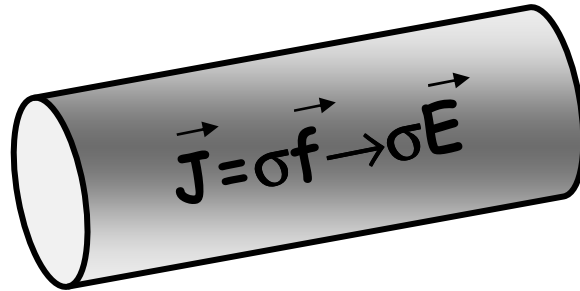
B-veld: *Ampère* : $a < r < b$: $2\pi r B = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Flux Φ_B (lengte l): $\Phi_B = l * \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = l * \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(b/a)$

Zelfinductie L (lengte l): $L \equiv \frac{\Phi_B}{I} = l * \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a)$

VII Wat heb ik geleerd?

Wet van Ohm



$$\vec{J} = \sigma \vec{f} \Rightarrow V = IR$$

EMK: batterij V_0
spoel $-LdI/dt$

$$EMK \equiv \oint \vec{f} \cdot d\vec{l}$$

stroomkring

Wet van Faraday

$$EMK = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Zelfinductie

$$\Phi_B \equiv LI$$

toroi de : $L = \frac{\mu_0 n^2 h \ln(b/a)}{2\pi} \rightarrow \mu_0 N^2 A * 2\pi a$

sol enoi de: $L = \mu_0 N^2 \pi R^2 * l$

coakabel : $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a) * l$

Inhoud

Elektrostatica

I. Elektrische kracht, - veld en - potentiaal

II. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ & $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$

III. Elektrische velden in materie: polarisatie

Magnetostatica

IV. Lorentz kracht en magnetisch veld

V. Veldvergelijkingen nader bekeken: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ & $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

VI. Magnetische velden in materie: magnetisatie

Elektromagnetisme $\Rightarrow$ Licht

VII. Elektromagnetische inductie & wet van Faraday

$\rightarrow$ VIII. Maxwell vergelijkingen & elektromagnetische golven

Maxwell vergelijkingen

Elektromagnetische golven

Energie

Maxwell vergelijkingen

Elektromagnetische golven

Energie

Dissipatie in een weerstand R

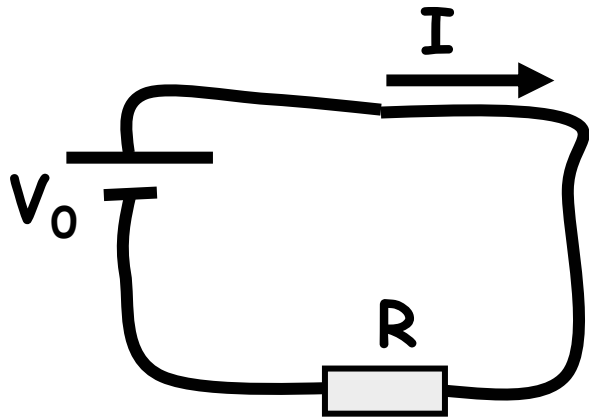
Energie in een capaciteit C

Energie in een zelfinductor L

Energie van een elektrische veld configuratie

Energie van een magnetische veld configuratie

Dissipatie in weerstand R



Opmerking:

de gedissipeerde energie is
"weg" d.w.z. verdwijnt als warmte

De EMK (V_0) pompt iedere seconde I Coulombs rond.
Dat kost werk=energie (batterij raakt leeg!)
Die energie wordt gedissipeerd in de weerstand R

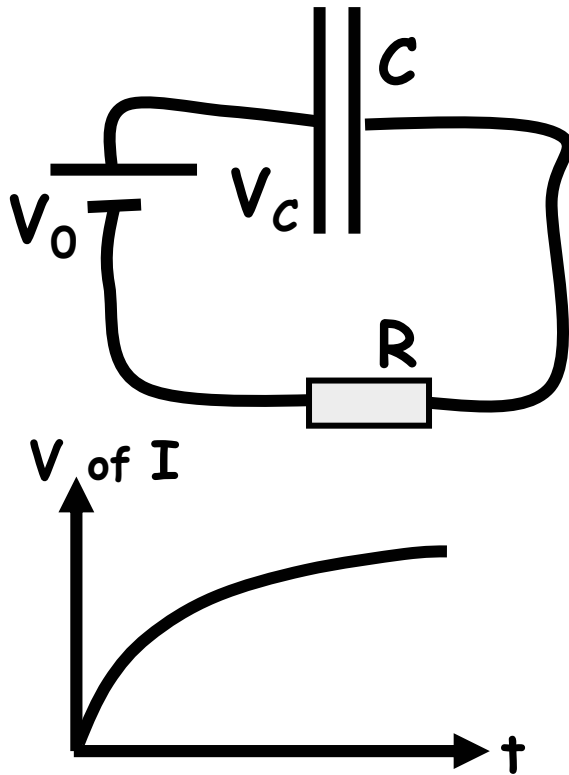
Wat is numeriek de energie dissipatie?

$$P \equiv \text{vermogen} = \frac{\text{energie}}{\text{seconde}}$$
$$= V_0 * \frac{\# \text{ rondgepompte Coulombs}}{\text{seconde}} = V_0 * I = I^2 * R = \frac{V^2}{R}$$

Joule's
dissipatie wet

$$\begin{aligned} [P] &= [VI] \\ &= \text{Volt} * \text{Ampère} \\ &\equiv \text{Watt} \end{aligned}$$

Energie in een: capaciteit C zelfinductor L



De capaciteit wordt opgeladen:

- warmte ontwikkeling in R "weg"
- opgeladen capaciteit is opgeslagen "energie"

Hoeveel energie is dat?

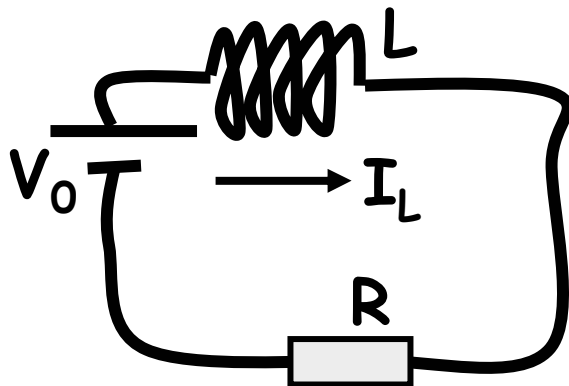
$$P \equiv \frac{dW}{dt} = V_C(t) * I(t) = \frac{Q_C}{C} * \frac{dQ_C}{dt}$$

$$\Rightarrow U_C = \int_0^\infty \frac{dW}{dt} dt = \int_0^\infty \frac{Q_C}{C} \frac{dQ_C}{dt} dt = \int_0^Q \frac{Q_C}{C} dQ_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

De stroom gaat door de spoel lopen:

- warmte ontwikkeling in R "weg"
- stroom in inductor is opgeslagen "energie"

Hoeveel energie is dat?



$$P \equiv \frac{dW}{dt} = I_L(t) * V_{Ind}(t) = I_L * L \frac{dI_L}{dt}$$

$$\Rightarrow U_L = \int_0^\infty \frac{dW}{dt} dt = \int_0^\infty I_L L \frac{dI_L}{dt} dt = \int_0^I I_L L dI_L = \frac{1}{2} LI^2$$

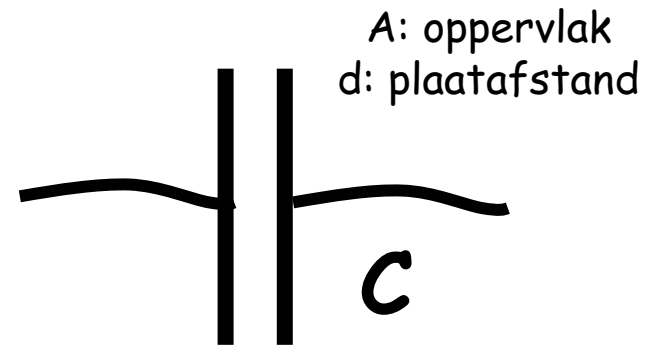
Energie in: E-veld

$$U_{\text{Elektrisch}} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{volume}} E^2 dv$$

Herzijs : $U_C = \frac{1}{2} C V^2$

Anderzijs : $U_C = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{volume}} E^2 dv$

zelfde?



$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{V}{d} \\ C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{volume}} E^2 dv = \frac{\epsilon_0}{2} \frac{V^2}{d^2} d A = \frac{1}{2} C V^2$$

$E \neq 0$ in het
volume = dA

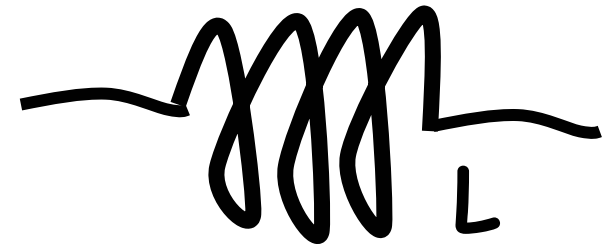
Energie in: B-veld

$$U_{\text{Magnetisch}} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{volume}} B^2 dv$$

Herzijs : $U_L = \frac{1}{2} L I^2$

Probeer : $U_L = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{volume}} B^2 dv$

zelfde?



Toroid :
$$\begin{cases} L = \frac{\mu_0 n^2 h}{2\pi} \ln(b/a) \Rightarrow U_L = \frac{\mu_0 n^2 h I^2}{4\pi} \ln(b/a) \\ B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r} \Rightarrow U_L = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{toroide}} \left(\frac{\mu_0 n I}{2\pi r} \right)^2 dv = \frac{h}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_a^b \left(\frac{\mu_0 n I}{2\pi r} \right)^2 r dr d\varphi = \frac{\mu_0 n^2 h I^2}{4\pi} \ln(b/a) \end{cases}$$

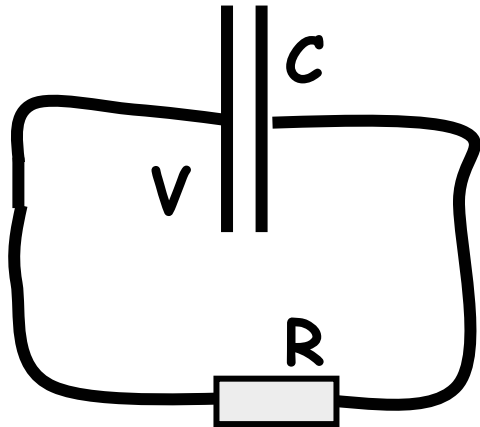
Solenoid (1 meter) :
$$\begin{cases} L = \mu_0 N^2 \pi R^2 \Rightarrow U_L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2 I^2}{2} \\ B = \mu_0 N I \Rightarrow U_L = \frac{1}{2\mu_0} \int (\mu_0 N I)^2 dv = \frac{1}{2\mu_0} (\mu_0 N I)^2 \pi R^2 = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2 I^2}{2} \end{cases}$$

Kabel (1 meter) :
$$\begin{cases} L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a) \Rightarrow U_L = \frac{\mu_0 \ln(b/a) I^2}{4\pi} \\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow U_L = \frac{1}{2\mu_0} \int \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)^2 dv = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_a^b \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)^2 r dr d\varphi = \frac{\mu_0 \ln(b/a) I^2}{4\pi} \end{cases}$$

Dus:

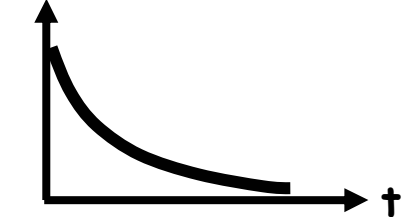
- hetzelfde!
- handige manier om L te bepalen:
 $L = 2U_L / I^2$

Opgaven voor jullie



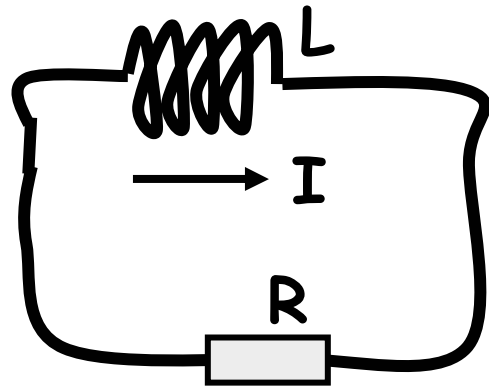
Na opladen condensator haal je batterij weg.
De lading op condensator neemt exponentieel af.
Bereken gedissipeerde energie in weerstand R.
Moet $0.5 CV^2$ geven! Op $t=0$ geldt: $V_C = V_0$.

V of I



Antwoord : $V(t) = V_0 e^{-t/RC} \Rightarrow$ stroom door R: $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} \equiv P \equiv VI \rightarrow \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC} \Rightarrow W = \int_0^{\infty} \frac{dW}{dt} dt = \int_0^{\infty} \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2} C V_0^2$$



Zodra stroom constant is haal je batterij weg.
De stroom in spoel neemt exponentieel af.
Bereken gedissipeerde energie in weerstand R.
Moet $0.5 LI^2$ geven! Op $t=0$ geldt: $I_L = I_0 = V_0/R$.

Antwoord : $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-tR/L} \Rightarrow$ spanning over R: $V(t) = V_0 e^{-tR/L}$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} \equiv P \equiv VI \rightarrow \frac{V_0^2}{R} e^{-2tR/L} \Rightarrow W = \int_0^{\infty} \frac{dW}{dt} dt = \int_0^{\infty} \frac{V_0^2}{R} e^{-2tR/L} dt = \frac{1}{2} L \left(\frac{V_0}{R} \right)^2 \equiv \frac{1}{2} L I_0^2$$