

RICHTINGSBEPALING VAN EEN CASCADE EN OMREKENING NAAR EQUATORIALE COÖRDINATEN



1. INLEIDING

Een vierdetectorenstation vergaart meerdere megabytes aan data per dag. Als minimaal twee detectoren (bijna) tegelijkertijd iets meten, worden de gegevens van deze gebeurtenis in een database opgeslagen. Iemand moet op deze ruwe meetdata een data-analyse uitvoeren voordat je er iets uit kan concluderen. Één van de dingen die je kunt doen als je vier detectoren hebt is bepalen uit welke richting de kosmische straling komt die je detector meet. Een kosmisch deeltje creëert hoog in de atmosfeer een cascade aan secundaire deeltjes. Als deze cascade recht van boven op je detectiestation valt, wordt deze door alle vier de detectoren tegelijkertijd gemeten¹. Als de cascade schuin op je detectiestation valt komen er tijdsverschillen, het cascadefront zal de ene detector eerder bereiken dan de andere. Uit de tijdsverschillen tussen de detectoren kan je de richting van de cascade bepalen.

Als je uit welke richting een cascade komt, dan kan je daaruit berekenen waar uit de ruimte een kosmisch deeltje vandaan kwam, hoewel deze berekening moeilijk is. Als je van een groot aantal deeltjes hebt bepaald waar uit de ruimte ze vandaan kwamen en al deze posities in een sterrenkaart zet, kan je zien naar welk gebied van de ruimte een detectiestation ‘kijkt’.

Deze leerlingenhandleiding is opgedeeld in drie delen. §2 en 3 geven een uitleg over het gebruik van hoeken om de richting van iets te bepalen in drie dimensies. In §4 wordt deze kennis gebruikt om de richting van een cascade te berekenen met een vierdetectorenstation. §5 en 6 gaan over het bepalen van de positie aan de hemel waar die cascade, en zoals ik aanneem dus ook het primaire deeltje, vandaan kwam.

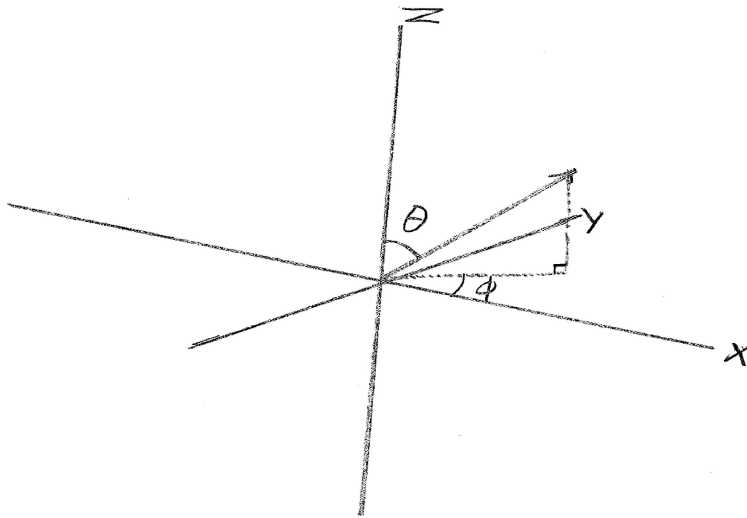
2. RICHTING; EEN POOL- EN EEN AZIMUTHOEK

De richting van iets aangeven in een plat vlak is simpel, met één hoek kan je aangeven waar iets vandaan komt. In drie dimensies heb je twee hoeken nodig om een richting te bepalen, dit staat getekend in fig (2.1). De poolhoek, θ , is de hoek die de richting van de cascade maakt met je z-as. Vervolgens projecteer je de richting van de cascade op het x,y-vlak en de hoek die deze projectie maakt met de x-as is je azimuthhoek, ϕ .

Met deze twee hoeken kan je vastleggen uit welke richting iets komt, maar hetzelfde systeem kan je ook gebruiken om aan te geven waar op een boloppervlak een bepaald punt zich bevindt. De breedte- en lengtegraden waarmee je een locatie op Aarde kan bepalen zijn in feite een pool- en een azimuthhoek, de breedtegraad is de poolhoek² en de lengtegraad is de azimuthhoek. Dit is de reden dat geografische posities in graden worden aangegeven. Het HiSPARC-detectiestation op het dak van de VU staat bijvoorbeeld op 52°19'58" noorderbreedte en 4°52'1" oosterlengte[1]. Op de HiSPARC-website, op de pagina HiSPARC-data staan de breedte- en lengtegraden van alle detectiestations gegeven.

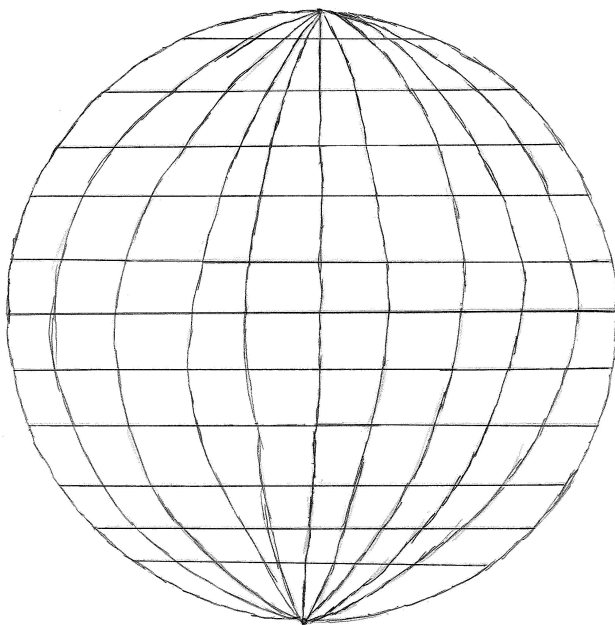
¹De deeltjes in een cascade gaan niet allemaal even snel. Doordat ze onderweg op luchtmoleculen botsen en van richting veranderen gaan ze ook niet in een rechte lijn naar de detector. Door deze effecten is het mogelijk dat zelfs wanneer een cascade recht van boven komt, de vier detectoren niet op precies hetzelfde tijdstip deeltjes uit deze cascade meten. Deze effecten veranderen niets aan de berekeningen waarmee je de richting bepaalt, maar ze maken wel dat de berekening onnauwkeuriger wordt.

²Niet helemaal waar, een breedtegraad is iets anders gedefiniëerd, zie de volgende paragraaf.



FIGUUR 2.1. Je kan de richting van de pijl bepalen met twee hoeken, de hoek die de pijl maakt met de z-as, de poolhoek, en de hoek die de projectie van de pijl op het x,y-vlak maakt met de x-as, de azimuthhoek. Deze richtingsaanduiding werkt voor alles waarvan je de richting wilt aangeven.

Op een wereldbol staan vaak lengte- en breedtecirkels getekend. Een lengtecirkel is een cirkel waarop elk punt dezelfde lengtegraad heeft, een breedtecirkel is een cirkel waarop elk punt dezelfde breedtegraad heeft. Op de noord- en zuidpool komen alle lengtecirkels samen, hier is de lengtegraad niet gedefiniëerd (zie fig. (2.2)). Bij elk systeem van plaats- of richtingsaanduiding met een pool- en een azimuthhoek treedt dit op. Dit is geen probleem, de plaats van die punten kan uniek worden aangegeven met $\theta = 0^\circ$ en $\theta = 180^\circ$.

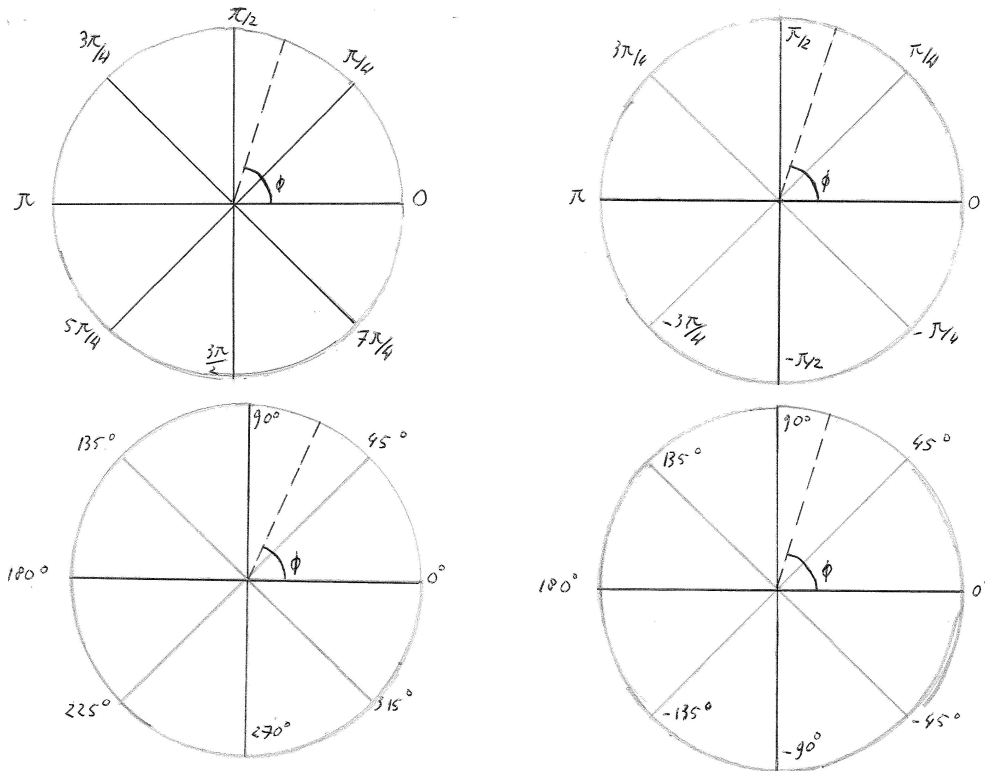


FIGUUR 2.2. De breedte- en lengtegraden op een wereldbol zijn in feite ook een pool- en een azimuthhoek. Op de polen komen alle lengtecirkels samen, daar is de lengtegraad(=azimuthhoek) niet gedefiniëerd.

3. EENHEDEN EN CONVENTIES.

Er zijn verschillende hoekeenheden, de belangrijkste zijn de graad en de radiaal. Een graad is $\frac{1}{360}$ van een cirkel. Een radiaal is $\frac{1}{2\pi}$ van een cirkel. De keuze van 2π radialen in een cirkel is gemaakt omdat 2π de omtrek van de eenheidscirkel is.

Voor praktische doeleinden is het onhandig om te werken met een hoekeenheid waarvan er 6,283185307 in een hele cirkel gaan. Een wereldbol zou voor de leek onbegrijpelijk worden als de breedte- en lengtegraden in radialen zouden zijn uitgedrukt, vandaar dat de graad vaak ook nog wordt gebruikt. De omrekenfactor van radiaal naar graad is $\frac{180}{\pi}$. In fig (3.1) staan voor beide hoekeenheden de schaalverdelingen getekend.

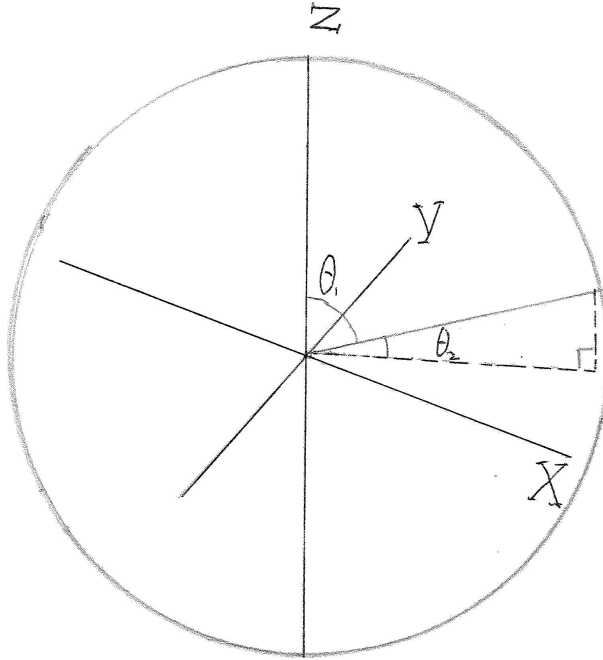


FIGUUR 3.1. De verschillende conventies in graden en radialen. Linksboven een hoek gedefiniëerd op het interval $[0, 2\pi)$, rechtsboven een hoek gedefiniëerd op het interval $(-\pi, \pi]$ Daaronder beide conventies nogmaals in graden.

Niet alleen zijn er verschillende eenheden, ook voor het interval waarbinnen een hoek wordt gegeven bestaan verschillende conventies. Je kan bij een hoek altijd 2π (één keer de cirkel rond) optellen zonder dat de richting waarmee deze overeenkomt verandert. Hierdoor zijn er verschillende conventies mogelijk voor het interval waarop de azimuthhoek is gedefiniëerd. Je kan de azimuthhoek definiëren als de hoek met de x-as tegen de klok in gemeten, deze hoek loopt van 0 tot 2π . Je kan ook de azimuthhoek van $-\pi$ tot π laten lopen, in fig (3.1) staan de schaalverdelingen in beide conventies getekend.

In plaats van de hoek t.o.v. de z-as kan je ook de hoek t.o.v. het x,y-vlak als poolhoek gebruiken. Er is in wezen geen verschil tussen deze twee, omdat als je de één weet, de ander altijd vastligt, samen tellen ze op tot $\frac{\pi}{2}$ zie fig. (3.2). Als je de hoek t.o.v. het x,y- vlak gebruikt i.p.v. de hoek t.o.v. de z-as, dan loopt deze van $\frac{\pi}{2}$ tot $-\frac{\pi}{2}$. In

graden uitgedrukt is dit het interval waarin op een wereldbol de breedtegraden zijn uitgedrukt, waarbij negatieve breedte wordt aangeduid als zuiderbreedte.



FIGUUR 3.2. Twee keer een ‘poolhoek’. θ_1 is de hoek met de z-as, de poolhoek, θ_2 is de hoek met het x,y-vlak. Om de richting van iets aan te duiden kan je net zo goed θ_1 als θ_2 gebruiken. Beiden worden gebruikt. Let altijd op wanneer welke hoek wordt gebruikt. De omrekening van θ_1 naar θ_2 is $\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1$

4. BEREKENING VAN DE RICHTING VAN EEN CASCADE MET EEN VIERDETECTORENSTATION.

Voor het berekenen van de richting van waaruit de cascades aankomen moet je een aantal vereenvoudigingen toepassen. Je moet aannemen dat het cascadefront vlak is, en dat het zich voortbeweegt met de lichtsnelheid in de richting als het primaire deeltje deed. Het cascadefront zal de detectoren niet gelijktijdig raken en uit de tijdsverschillen is de richting te bepalen. Bepalen over welke afstand je het cascadefront moet verschuiven om het van de ene detector naar de andere te komen is een meetkundig probleem. Je hebt hiervoor de buitenste drie detectoren van een vierdetectorenstation nodig, genummerd detector 1, 3 en 4. Deze kan je je voorstellen als drie punten die in een gelijkzijdige driehoek met zijden van tien meter liggen.

De afstand die het cascadefront moet afleggen om van de ene naar de andere detector te komen is in fig. (4.2) gegeven met d . Als het cascadefront met de lichtsnelheid beweegt, is de relatie tussen d en de tijdsverschillen

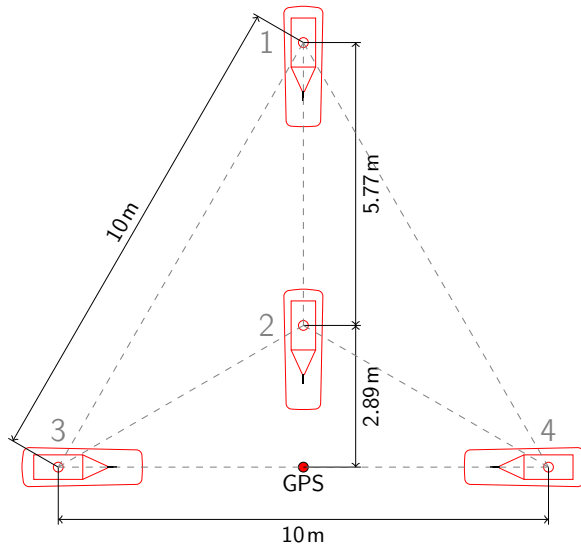
$$(4.1) \quad d = c(t_1 - t_3) \equiv c\Delta t_{13}.$$

Met de notatie $\Delta t_{13} \equiv t_1 - t_3$.

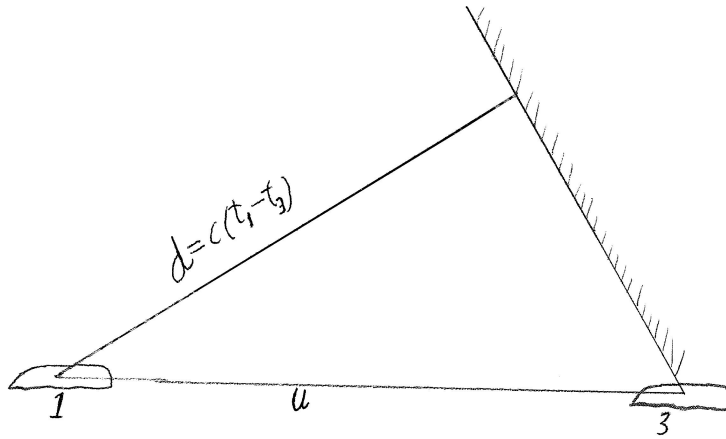
Kies een assenstelsel met detector 1 in de oorsprong en definiëer alle azimuthhoeken t.o.v. het zuiden. In fig (4.3) staat in drie dimensies een cascadefront getekend op het moment dat het detector 3 treft.

De hulpvariabele u is de afstand van detector 1 naar de snijlijn van het cascadefront met het aardoppervlak. Uit de afbeelding is te zien dat voor u geldt

$$(4.2) \quad u = 10 \text{ m} \times \cos(\phi - \phi_{13}).$$



FIGUUR 4.1. de opstelling van een vierdetectorenstation. Voor richtingsbepaling gebruik je de detectoren 1, 3 en 4, detector 2 gebruik je niet.



FIGUUR 4.2. Een cascadefront valt op detectoren 1 en 3. De afstand die het cascadefront moet afleggen is d . Als het cascadefront met de lichtsnelheid beweegt geldt $d = c(t_1 - t_3)$. Voor de betekenis van u , zie fig. (4.3)

Verder kan je ook zien dat voor u geldt

$$(4.3) \quad u = \frac{d}{\sin(\theta)} = \frac{c\Delta t_{13}}{\sin(\theta)}.$$

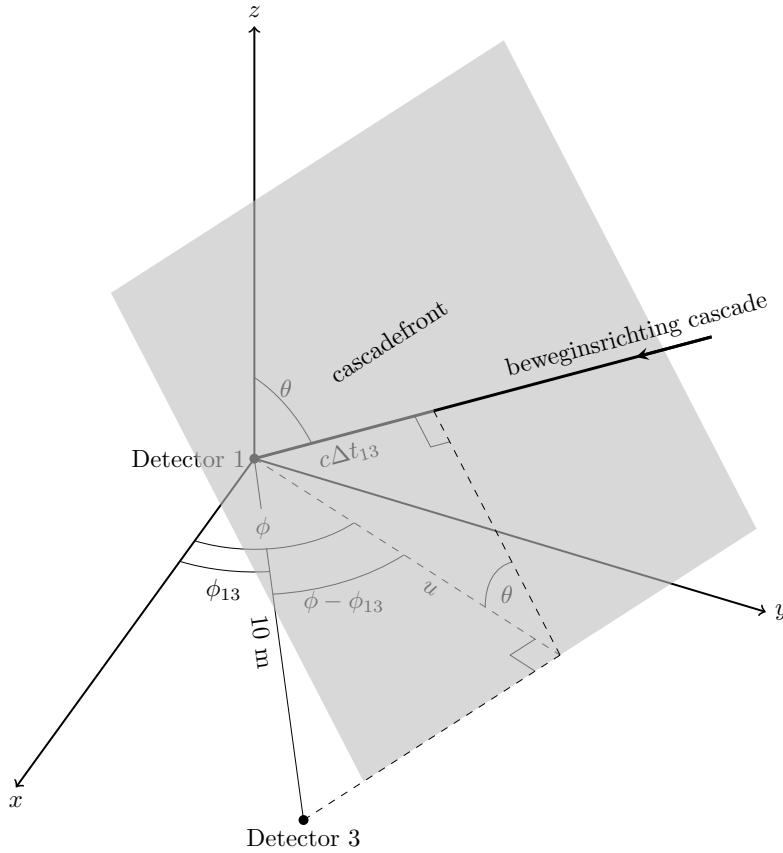
Door vergelijkingen 4.2) en 4.3) te combineren elimineer je de hulpvariabele u en krijg je

$$(4.4) \quad 10 \text{ m} \times \cos(\phi - \phi_{13}) = \frac{c\Delta t_{13}}{\sin(\theta)}.$$

De tijdsverschillen tussen de metingen worden automatisch gemeten, als je ϕ_{13} ook weet, zijn de enige onbekenden in deze vergelijking θ en ϕ . Voor detectoren 1 en 4 kan je een soortgelijke vergelijking opstellen

$$(4.5) \quad 10 \text{ m} \times \cos(\phi - \phi_{14}) = \frac{c\Delta t_{14}}{\sin(\theta)}.$$

Door de vergelijkingen 4.4) en 4.5) te combineren kan je één van de onbekenden, θ of ϕ elimineren en de waarde van de ander vinden. Als je eenmaal weet wat θ of ϕ is, kan je je antwoord in vergelijking 4.4) of 4.5) invullen en de andere onbekende uitrekenen[2].



FIGUUR 4.3. het platte cascadefront valt op detectoren 1 en 3 (4 weggelaten voor de overzichtelijkheid) De afstand waarover de snijlijn van het cascadefront met het x,y-vlak moet verschuiven is aangegeven met de hulpvariabele u .

Opgave 1.

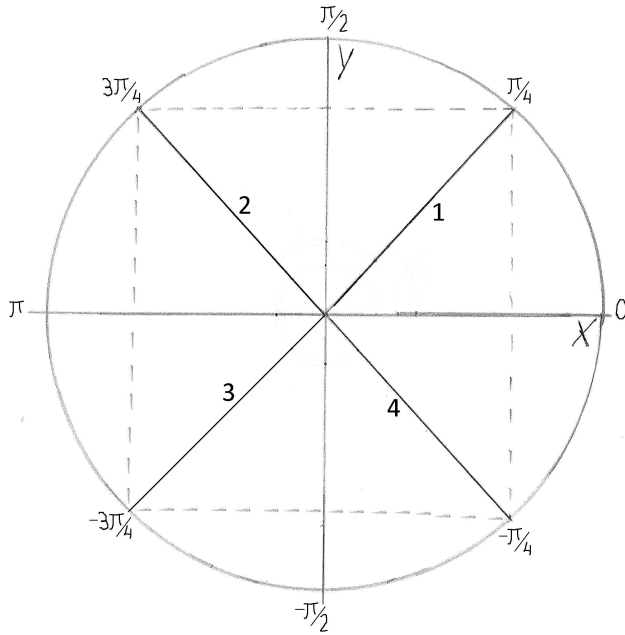
- Elimineer θ uit vergelijkingen 4.4) en 4.5), je krijgt een nieuwe vergelijking.
- Breng alles dat van ϕ afhangt naar links van het $=$ -teken en alles dat niet van ϕ afhangt naar rechts van het $=$ -teken. Je kunt hierbij gebruik maken van de optellingsformule voor cosinussen, $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$, en de identiteit voor de tangens, $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

Als je alles correct hebt uitgevoerd, dan heb je een vergelijking van de vorm

$$(4.7) \quad \tan(\phi) = \frac{\text{teller}}{\text{noemer}},$$

Deze vergelijking kan je inverteren met de arctangensfunctie, $\arctan$. De arctangens geeft bij een gegeven tangens de hoek. De tangens is periodiek met periode π , dus bij elke gegeven tangens hoort een oneindig aantal mogelijke hoeken die π uit elkaar liggen, de arctangens geeft echter alleen de hoek op het interval $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

De definitie van de tangens is $\tan(\phi) = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}$. Dit is een functie van de vorm $\tan(\phi) = \frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$ met een hele simpele teller en noemer. Voor deze functie is gemakkelijk af te leiden wat de hoek ϕ is, in fig (4.4) wordt dit gedaan. Deze



FIGUUR 4.4. vier hoeken op de eenheidscirkel, 1,2,3 en 4. De tangens is per definitie $\frac{\sin}{\cos} = \frac{y}{x}$. Hoeken 1 en 4 worden gegeven door de functie $\arctan\left(\frac{\sin}{\cos}\right)$, hoek 2 wordt gegeven door $\arctan\left(\frac{\sin}{\cos}\right) + \pi$ en hoek 3 wordt gegeven door $\arctan\left(\frac{\sin}{\cos}\right) - \pi$. Merk op dat de arctangensen van hoek 1 en 3 gelijk zijn, evenals de arctangensen van 2 en 4.

regels zijn:

$$\begin{aligned}
 \phi &= \arctan\left(\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}\right) \quad \text{als } \cos(\phi) > 0, \\
 (4.8) \quad \phi &= \arctan\left(\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}\right) + \pi \quad \text{als } \cos(\phi) < 0 \text{ en } \sin(\phi) > 0, \\
 \phi &= \arctan\left(\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)}\right) - \pi \quad \text{als } \cos(\phi) < 0 \text{ en } \sin(\phi) < 0.
 \end{aligned}$$

Door deze regels over te nemen voor moeilijker functies, krijg je de volgende regels:

$$\begin{aligned}
 \phi &= \arctan\left(\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}\right) \quad \text{als } \text{noemer} > 0 \\
 (4.9) \quad \phi &= \arctan\left(\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}\right) + \pi \quad \text{als } \text{noemer} < 0 \text{ en } \text{teller} > 0, \\
 \phi &= \arctan\left(\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}\right) - \pi \quad \text{als } \text{noemer} < 0 \text{ en } \text{teller} < 0.
 \end{aligned}$$

Het is mogelijk dat deze regels gelden voor de door jou afgeleide formule, het is ook mogelijk dat deze regels pas gelden als je *teller* en *noemer* allebei met -1 vermenigvuldigt. Door in de door jou verkregen formules waarden voor alle parameters in te vullen die het rekenwerk gemakkelijk maken kan je uitzoeken of je nog *teller* en *noemer* met -1 moet vermenigvuldigen om de regels van 4.9) te laten gelden.

Als je van een groot aantal cascades weet waar ze vandaan komen, kan je veel zeggen over wat je detector 'ziet'. Bijvoorbeeld hoe de deeltjesflux afhangt van de zenithoek, of een hoog gebouw in de buurt van het detectiestation, kosmische straling tegenhoudt en of er even veel deeltjes uit het noorden als uit het zuiden komen. Over waar uit de ruimte de kosmische straling komt kan je echter (nog) niets zeggen.

Opgave 2.

- a) Vul in je in opgave 1b) verkregen vergelijking de waarden $\phi_{13} = 0$ en $\phi_{14} = \frac{\pi}{3}$ in. Stel dat een cascade aankomt onder een zenithhoek van $\frac{\pi}{2}$ en een azimuthhoek van $\frac{\pi}{3}$. Bereken hieruit de verwachte tijdsverschillen Δt_{13} en Δt_{14} met vergelijkingen 4.4) en 4.5). Vul deze in de door jouw verkregen formule voor ϕ in. Pas vergelijking 4.9) toe. Is het antwoord dat je krijgt voor $\phi = \frac{\pi}{3}$? En als je de teller en noemer met -1 vermenigvuldigt, is het antwoord dan $\phi = \frac{\pi}{3}$?
- b) Doe hetzelfde voor $\phi_{13} = \frac{\pi}{6}$, $\phi_{14} = \frac{\pi}{2}$ en een cascade die aankomt onder een zenithhoek van $\frac{\pi}{2}$ en een azimuthhoek van $\frac{5\pi}{6}$.

Opgave 3.

- a) Als je ϕ weet kan je θ uitrekenen met behulp van vergelijking 4.4) of 4.5). Reken met beide vergelijkingen θ uit als functie van ϕ . Gebruik de arcsinus; de inverse sinus.
- b) In welke situatie kan je vergelijking 4.4) niet gebruiken om θ te berekenen? En in welke situatie kan je vergelijking 4.5) niet gebruiken?

5. SIDERISCHE TIJD EN UURHOEKEN

Als je wilt weten waar uit de ruimte de kosmische straling komt die je detectoren meten, moet je de richting waaruit een cascade komt relateren aan een positie op de hemelbol. De detector waarmee je meet staat op de Aarde en de Aarde draait rond. Het gebied aan de hemelbol dat je met je detectiestation bestrijkt verandert dus voortdurend. Het zenit, het punt aan de hemel recht boven je detectiestation, draait in 23 uur 56 minuten en 4,091 seconden rond, dit is de tijd waarin de Aarde ronddraait t.o.v. de sterren, de siderische dag. Deze tijd verschilt van de tijd waarin de Aarde ronddraait t.o.v. de zon, omdat de Aarde niet alleen om haar as draait, maar ook om de zon. Als de Aarde één keer om haar as is gedraaid, is ze ook een stukje verder om de zon heen gedraaid (zie fig. (5.1)). De zon staat na één omwenteling dus niet meer op precies dezelfde positie, de Aarde moet nog een stukje verder draaien voordat de zon weer op dezelfde positie staat. De tijd die de Aarde nodig heeft om t.o.v. de zon rond te draaien is 24 uur, de zonnedag. In het dagelijks leven wordt met een dag altijd een zonnedag bedoeld. Voor het bepalen posities aan de hemelbol is de siderische dag handiger. Doordat de siderische dag korter duurt dan de zonnedag ontstaan er tijdsverschillen. In een jaar loopt het tijdsverschil tussen de siderische- en de zonnetijd op tot één siderische dag. Als je wilt weten naar welk deel van de hemel je detectiestation 'kijkt' is het belangrijk om te weten hoe laat het is in siderische tijd, en naar welk punt aan de hemelbol het zenit van je detectiestation dan is gericht.

Opgave 4. Als de Aarde in precies $365\frac{1}{4}$ zonnedag rond de zon zou draaien³, hoe lang duurt dan een siderische dag?



FIGUUR 5.1. Als de Aarde één maal om haar as is gedraaid, is ze ook een stukje in haar baan om de zon heen bewogen. Na één siderische dag (1), staat de aarde niet met precies dezelfde kant naar de zon gericht. Om weer met precies dezelfde kant naar de zon gericht te staan, moet de aarde nog een stukje verder draaien (2). Daarom duurt een zonnedag langer dan een siderische dag.

³In werkelijkheid draait de Aarde in 365,242374 zonnedagen rond de zon.

De positie van sterren aan de hemelbol wordt aangegeven in equatoriale coördinaten, de declinatie, δ , en de rechte klimming, α . De declinatie is de hoek die de zichtlijn van de ster maakt t.o.v. de evenaar, deze wordt in graden gegeven. De rechte klimming is een azimuthhoek die wordt bepaald t.o.v. het punt waar de zon aan de hemelbol staat wanneer zij in de lente recht boven de evenaar staat, de lente-equinox. Astronomen gebruiken voor de rechte klimming als hoekeenheid de eenheid uur i.p.v. de graad of de radiaal. Één uur is de hoek waarover de Aarde in één uur t.o.v. de sterren ronddraait. Er gaan 23:56:04.91 uur in een cirkel. In een uurhoek uitgedrukt is de rechte klimming van een ster gelijk aan het tijdstip in siderische tijd waarop deze ster haar hoogste punt aan de hemel bereikt. Als je de rechte klimming van sterren in een uurhoek geeft, dan kan je als je een klok hebt die de siderische tijd geeft, op die klok aflezen waar een ster staat.

Het punt aan de hemel waar het zenit van je detectiestation naar wijst heeft een declinatie die gelijk is aan de geografische breedte waarop je detectiestation zich bevindt en de rechte klimming is gelijk aan de siderische tijd. De rechte klimming is dus de hoek die verandert doordat de Aarde draait.

Net zo als de ‘gewone’ tijd niet overal op Aarde hetzelfde is (In Engeland is het bijvoorbeeld één uur eerder dan hier), hangt ook de siderische tijd af van je positie op Aarde. Als je naar het oosten gaat, wordt de lokale siderische tijd later. Het tijdsverschil tussen de Greenwich siderische tijd en de lokale siderische tijd is de lengtegraad waarop je je bevindt uitgedrukt met een uurhoek. Normaal worden lengtegraden uitgedrukt in graden, je zult dit moeten omrekenen naar uurhoeken.

Opgave 5.

- a) Dokkum ligt op 6° oosterlengte, reken dit om naar een uurhoek.
- b) Alkmaar ligt op $4^\circ 45'$ oosterlengte, reken dit om naar een uurhoek.

Er is één tijdstip in het jaar waarop de Greenwich siderische tijd en de Greenwich Mean Time precies hetzelfde zijn, dit is de eerdergenoemde lente-equinox. De eenvoudigste manier om je lokale siderische tijd uit te rekenen is op te zoeken hoe laat, in GMT, de laatste lente-equinox precies plaatsvond, en te berekenen hoeveel tijd er is versterken. De hoeveelheid verstreken tijd kan je omrekenen naar het aantal verstreken siderische dagen dat sindsdien is verstreken (100 uur komt bijvoorbeeld overeen met 4 siderische dagen, 4 uur 15 minuten en 44 seconden.). De siderische tijd is periodiek met een periode van één siderische dag. De siderische tijd is dus de het tijdstip van de laatste lente-equinox plus het aantal uur na de laatste gehele dag die sindsdien is verstreken.⁴

Voorbeeld: als de lente equinox om 19:30:00 u plaatsvond, dan is de siderische tijd 100 uur later 19:30:00 u+4:15:44 u=23:45:44 u.

Opgave 6.

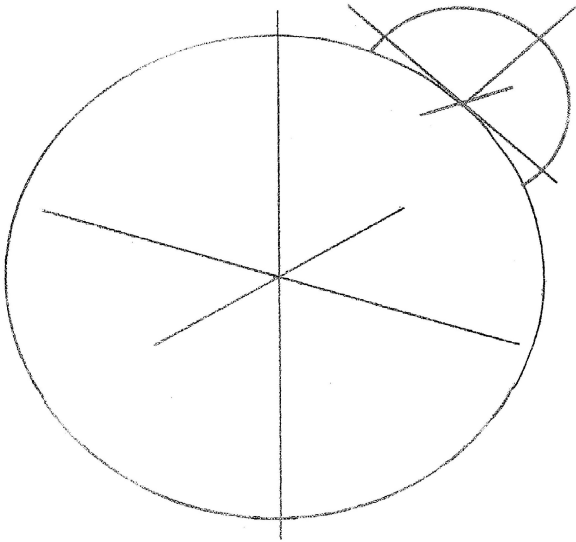
- a) Stel dat de laatste lente-equinox heeft plaatsgevonden op 20 maart om 20:00 uur GMT. Bereken de Greenwich siderische tijd op 20 mei om 20:00 GMT.
- b) Bereken ook de lokale siderische tijd in Dokkum (6° oosterlengte.) op 20 juni om 20:00 lokale tijd.
- c) Waar wijst het zenit van een detectiestation in Alkmaar ($4^\circ 45'$ oosterlengte) op 13 april om 5:00 uur? En om 12:00 uur?

6. COÖRDINAATTRANSFORMATIES, VAN ZENIT-EN AZIMUTHOEK NAAR DECLINATIE EN RECHTE KLIMMING

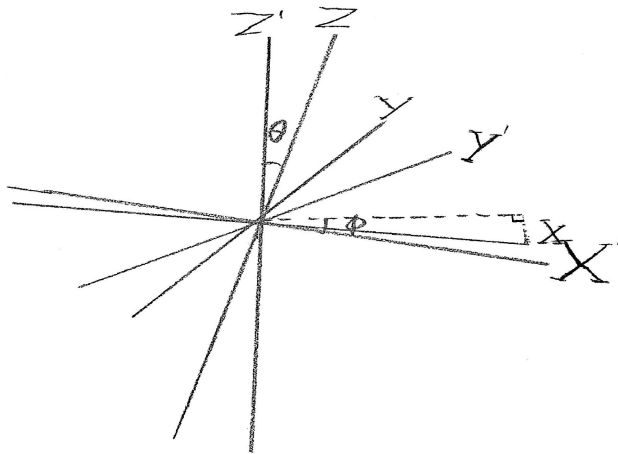
In de vorige paragraaf hebben we gezien dat je de rechte klimming van het zenit van je detectiestation kunt berekenen. De declinatie van het zenit is eenvoudig uit te rekenen als je de geografische breedte weet waarop je detectiestation staat. Met deze gegevens kan je de richting waaruit een cascade kwam omrekenen naar een positie aan de hemelbol. Deze omrekening is moeilijk. Wat je moet doen is het coördinaatstelsel van je detector zo roteren dat deze over de equatoriale coördinaten heen valt, terwijl je de richting waaruit je cascade kwam niet roteert. Dit

⁴Minus evt. 23:56:4,091 u als je uitkomst groter is dan 23:56:4,091 u.

is hetzelfde als je coördinaatstelsel niet roteren en de richting waaruit je cascade kwam de tegenovergestelde kant op roteren (zie figs 6.2 en 6.3).



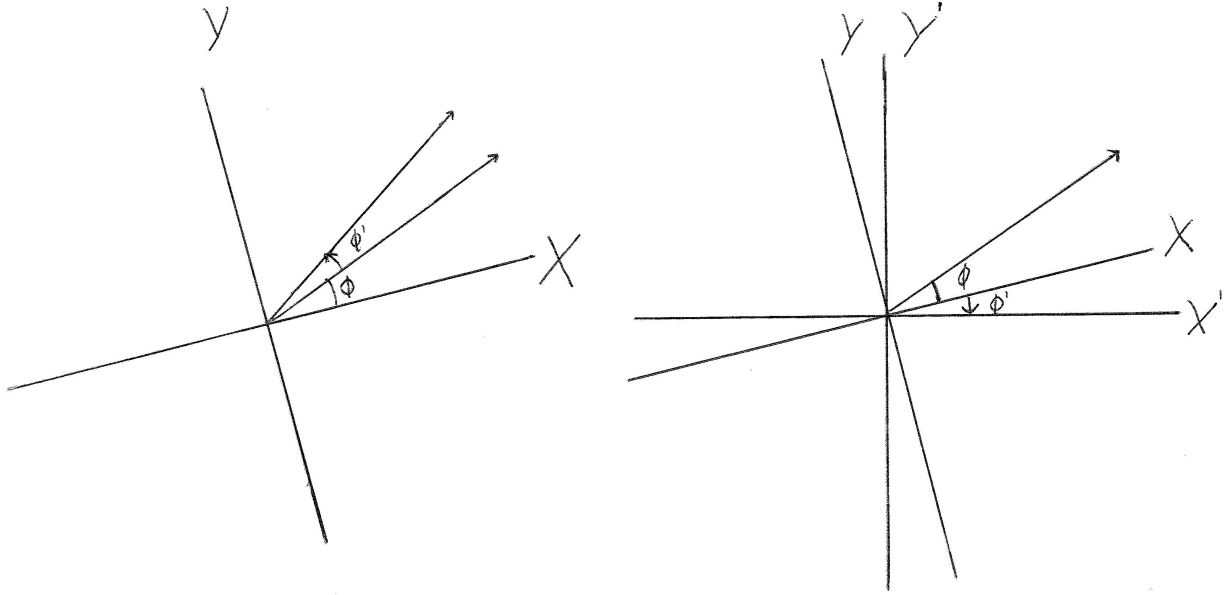
FIGUUR 6.1. Je detector staat ergens op Aarde en draait rond. Om te bepalen waar t.o.v. de sterren een kosmisch deeltje vandaan kwam moet je de berekende pool- en azimuthhoek in het assenstelsel van de detector (het kleine assenstelsel) omrekenen naar een pool- en azimuthhoek in een assenstelsel dat niet ronddraait (het grote assenstelsel), de declinatie en rechte klimming.



FIGUUR 6.2. Ter vereenvoudiging kan je de hele Aarde wegdoen en stellen dat het assenstelsel van je detector (X, Y, Z) geroteerd is t.o.v. het equatoriale assenstelsel (X', Y', Z'). Om te weten waar t.o.v. de sterren een kosmisch deeltje vandaan kwam, moet je de pool-, en azimuthhoek in het X', Y', Z' -assenstelsel berekenen uit de pool-, en azimuthhoek in het X, Y, Z -assenstelsel en de rotatie van het ene assenstelsel t.o.v. het andere assenstelsel. Het X, Y, Z -assenstelsel draait nog steeds rond, je zult dus moeten weten wanneer je een deeltje hebt gemeten om te weten hoe ver het geroteerd is.

Opgave 7. Zie fig. (6.2); Θ en Φ geven de oriëntatie van het zenit van je detectiestation t.o.v. het equatoriale coördinaatstelsel. Wat zijn de declinatie en rechte klimming van het zenit van je detectiestation in termen van Θ en Φ ?

De methode waarmee je de rechte klimming en declinatie uitrekent is een vector met lengte 1 maken die in de richting van je cascade wijst, die roteren en dan kijken in welke richting deze vector na rotatie wijst. Van een vector kan je berekenen hoe hij verandert onder rotaties. De omrekeningen zijn hier gegeven met de volgende definities: θ en ϕ zijn de pool- en azimuthhoek in het coördinaatstelsel van het detectiestation, δ en α zijn de declinatie en rechte klimming, Θ en Φ geven de rotatie van beide assenstelsels t.o.v. elkaar aan en de positieve x-as van het assenstelsel



FIGUUR 6.3. Of je de pijl over een hoek ϕ' tegen de klok in draait of je assenstelsel over een hoek ϕ' met de klok mee draait, de hoek waaronder je de pijl meet is $\phi + \phi'$. In plaats van je assenstelsel één kant op te roteren, kan je ook alle richtingen van je gemeten kosmische deeltjes de andere kant op roteren, de uitkomst blijft hetzelfde. Dit is wat je in de praktijk doet als je de richting waaruit een kosmisch deeltje komt t.o.v. de sterren wilt berekenen.

van het detectiestation wijst naar het zuiden. Verder zijn alle hoeken uitgedrukt in radialen. De eerste stap is de berekening van de hulpvariabelen x , y en z , deze worden

$$\begin{aligned}
 (6.1) \quad x &= \cos(\Theta)\cos(\Phi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \sin(\Phi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \sin(\Theta)\cos(\Phi)\cos(\theta) \\
 y &= \cos(\Theta)\sin(\Phi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\Phi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \sin(\Theta)\sin(\Phi)\cos(\theta) \\
 z &= -\sin(\Theta)\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\Theta)\cos(\theta).
 \end{aligned}$$

Deze formules zijn afgeleid door een vector met lengte 1 te roteren, zoals beschreven. De hulpvariabelen x , y en z zijn de x -, y - en z -component van die vector na rotatie.

Opgave 8. Je kan het beste vergelijkingen 6.1) in een computer stoppen om die uit te laten rekenen wat de hulpvariabelen x , y en z zijn. Omdat deze de componenten van een vector met lengte 1 zijn, geldt $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Deze relatie is handig om te controleren of je geen fouten hebt gemaakt bij het intypen van de formules. In deze opgave ga je bewijzen dat geldt $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

- a) In vergelijkingen 6.1) staan de x -, y - en z -component van de vector na rotatie. Voor rotatie zijn de x -, y -, en z -component uitgedrukt als functies van ϕ en θ

$$\begin{aligned}
 (6.2) \quad x &= \sin(\theta)\cos(\phi) \\
 y &= \sin(\theta)\sin(\phi) \\
 z &= \cos(\theta).
 \end{aligned}$$

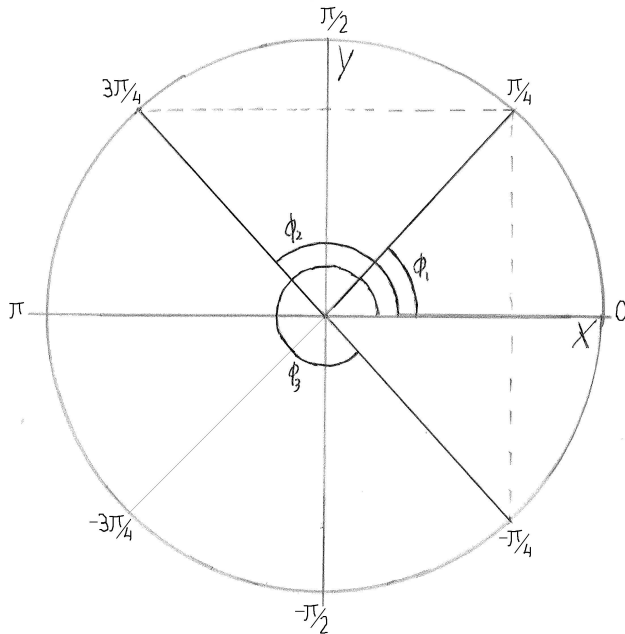
Bewijs dat voor de rotatie geldt: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

- b) Bewijs dat voor vergelijkingen 6.1) geldt $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, maak hierbij gebruik van de oplossing van vraag a).

Met deze hulpvariabelen kan je de declinatie en de rechte klimming berekenen.

$$(6.3) \quad \begin{aligned} \delta &= \arcsin(z) \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{x}{\cos(\delta)}\right) \\ \alpha &= \arcsin\left(\frac{y}{\cos(\delta)}\right) \end{aligned}$$

Omdat een vector drie componenten heeft heb je drie vergelijkingen. Je moet echter maar twee hoeken weten. De vergelijking voor je z-component gebruik je om de declinatie te berekenen. De vergelijkingen voor de x-, en y-component kan je gebruiken om de rechte klimming te berekenen. In deze vergelijkingen staan de inverse goniometrische functies, de arcsinus en de arccosinus. Deze functies geven bij resp. een gegeven sinus en cosinus de bijbehorende hoek, ze doen dus het omgekeerde van de sinus en de cosinus. Er zijn echter twee verschillende hoeken op het interval $(-\pi, \pi]$ die dezelfde sinus hebben, dit geldt ook voor de cosinus. De arcsinus geeft echter alleen de hoek die tussen $-\frac{\pi}{2}$ en $\frac{\pi}{2}$ ligt, de andere geeft hij niet. De arccosinus geeft alleen de hoek die tussen 0 en π ligt (zie fig. (6.4)).



FIGUUR 6.4. De eenheidscirkel. De sinussen van de hoeken ϕ_1 en ϕ_2 zijn gelijk aan elkaar, net zoals de cosinussen van ϕ_1 en ϕ_3 . Doordat de arccosinus en de arcsinus één uniek getal als waarde geven krijg je $\arcsin(\sin(\phi_1)) = \arcsin(\sin(\phi_2)) = \phi_1$ en $\arccos(\cos(\phi_1)) = \arccos(\cos(\phi_3)) = \phi_1$. Als je alleen de sinus of alleen de cosinus van een hoek weet, kan je niet uitrekenen wat die hoek is. Als je zowel de sinus als de cosinus van een hoek weet, kan dat wel.

De vergelijkingen 6.3) kunnen dus de verkeerde rechte klimming als antwoord geven. Als je hiermee rekening houdt krijg je uit zowel de vergelijking voor de x-component als die voor de y-component twee mogelijke antwoorden voor de rechte klimming.

$$(6.4) \quad \begin{aligned} \alpha &= \arccos\left(\frac{x}{\cos(\delta)}\right) \text{ of } -\arccos\left(\frac{x}{\cos(\delta)}\right) \\ \alpha &= \arcsin\left(\frac{y}{\cos(\delta)}\right) \text{ of } \pi - \arcsin\left(\frac{y}{\cos(\delta)}\right) \end{aligned}$$

Wat je kunt doen is zowel gebruikmaken van het feit dat je zowel de sinus als de cosinus van de rechte klimming weet. Bij een gegeven cosinus horen twee hoeken en bij een gegeven sinus ook (zie fig. (6.4)), maar als je allebei weet, weet je precies wat de hoek is. In fig (6.4) kan je zien dat wanneer de sinus(=y-component in fig (6.4)) van een hoek positief is, de waarde van deze hoek moet liggen tussen 0 en π . Op dit interval hoort bij elke cosinus(=y-component in fig (6.4)) één hoek. in dit interval geldt $\phi = \arccos(x)$. Op de zelfde manier kan je zien dat als de sinus van een

hoek negatief is, de hoek altijd tussen 0 en $-\pi$ moet liggen. Op dit interval hoort ook bij elke cosinus één hoek. In dit interval geldt $\phi = -\arccos(x)$.

Gebruikmakend van deze kennis kan je de rechte klimming berekenen, deze wordt

$$(6.5) \quad \alpha = \arccos\left(\frac{x}{\cos(\delta)}\right) \text{ als } y \geq 0 \text{ en } \alpha = -\arccos\left(\frac{x}{\cos(\delta)}\right) \text{ als } y < 0$$

Als je alle rekenwerk hebt gedaan kan je de berekende declinatie en rechte klimming in een sterrenkaart zetten en zeggen "Daar komt volgens mij dat kosmische deeltje vandaan." Dat is het moment waarop je je kunt buigen over de vraag wat de herkomst van kosmische straling is.

REFERENTIES

- [1] <http://www.hisparc.nl/hisparc-data/data/>
- [2] D. B. R. A. Fokkema; 2010; Study of the sensitivity of a single HiSPARC station to shower angle

RICHTINGSBEPALING MET EXCEL ALS DATA-ANALYSEPROGRAMMA



1. INLEIDING

Excel kan wiskundige bewerkingen op een hele kolom van getallen uitvoeren. Dit maakt het programma bruikbaar voor het uitvoeren van een data-analyse van een grote set gegevens. Deze handleiding geeft een instructie voor het bepalen van de richting van waaruit een cascade komt met excel 2007. Deze handleiding is vooral bedoeld om de mogelijke programmeerfoutjes en andere praktische problemen te voorkomen, ik zal daarom vrij veel aandacht besteden aan kleine details. Voel je vrij om over een passage heen te lezen als je denkt dat die niet belangrijk is of als je al bekend bent met de bewerkingen die erin staan. Als er toch iets fout gaat kan je altijd nog opzoeken hoe het moet. De reden dat deze handleiding voor excel 2007 is geschreven is dat dit een programma is dat veel wordt gebruikt en vaak het gemakkelijkst beschikbaar is. Dit betekent niet dat je je data-analyse in excel móet doen. Je bent vrij om een andere omgeving te gebruiken als je denkt dat die geschikter is of dat je daar beter mee overweg kunt.

In deze handleiding wordt alleen uitgelegd hoe je HiSPARC-data in excel analyseert. De achterliggende theorie staat in de handleiding 'Richtingsbepaling van een cascade en omrekening naar equatoriale coördinaten'. De stof in deze handleiding wordt als bekend verondersteld en de notatie is uit deze handleiding overgenomen. Voor §3 van de excelhandleiding worden §2-4 van 'Richtingsbepaling' als bekende voorkennis verondersteld. Voor §4 en 5 van de excelhandleiding worden §5 en 6 van 'Richtingsbepaling' ook als bekende voorkennis verondersteld.

2. RUWE DATA INLADEN EN SELECTEREN.

De ruwe meetdata kan van de website worden gedownload als een .csv-bestand. Hierin staat alle data van alle metingen; hoe laat ze zijn gemeten, hoeveel pulsen er in elke detector zijn gemeten, de maximale gemeten pulshoogte, de totale oppervlakte onder de pulsen en hoe laat de eerste pulsen in de detectoren zijn gemeten t.o.v. elkaar. Dit bestand kan je in excel openen door erop te dubbelklikken, maar vaak interpreteert excel de scheidingstekens tussen de kolommen in het .csv-bestand verkeerd en opent hij het niet correct. Een betere procedure is de volgende:

- open het .csv- bestand in notepad (rechts klikken en open with→notepad selecteren) en kijk welk teken er als scheidingsteken wordt gebruikt en welk teken als decimaalteken (punt of komma) In figs (2.1) en (2.2) staan twee voorbeelden met verschillende scheidings- en decimaalteken.
- Ga in excel naar het tabblad "data", en klik de knop "get external data from text" aan.
- Selecteer in het dialoogvenster het databestand dat je wilt inladen. Je krijgt nu een driestappenmenu waarin je kunt aangeven hoe excel het bestand moet importeren.
- Kies in de eerste stap als datatype "delimited".
- Selecteer in de tweede stap de scheidingstekens die excel moet hanteren om de data in kolommen onder te verdelen.
- Kies in de derde stap als getaltype general, en klik op advanced om je decimaalteken (punt of komma) in te stellen.

Je hebt nu de ruwe dataset in excel geïmporteerd.

In het geïmporteerde bestand staan de volgende zaken, in deze volgorde met verwijzing naar de betreffende kolommen in fig. (2.3):

```

1997      0      0      3789      17.5      -999      -999      20.0
0         873     6059     2228     -999      32.5      20.0      22.5
2674      0      0      2313      15.0     -999     -999      17.5
0         0      3755     12465    -999     -999     977.5     17.5
3689     19561    3517      188      17.5     17.5     27.5     -999
0         6248     695      7453     -999     22.5     15.0     22.5
3149      0      0      2109     1310.0   -999     -999     15.0
6713     2807     2436     6610     20.0     37.5     22.5     17.5
2911     5071     2565     2607     35.0     27.5     15.0     15.0
0         0      1323     3524     -999     -999     52.5     20.0
10762    3724     3989      257     20.0     20.0     20.0     55.0
4228     3136     3632      0        17.5     22.5     45.0     -999
0         3678     120      4169     -999     25.0     27.5     17.5

```

FIGUUR 2.1. Een stuk van de ruwe dataset geopend in notepad, de tab is het scheidingsteken en de punt is het decimaalteken.

```

1;0;0;1;186;2;4;321;1997;0;0;3789;17,5;-999;-999;20
0;1;2;1;5;77;318;200;0;873;6059;2228;-999;32,5;20;22,5
1;0;0;1;285;2;3;214;2674;0;0;2313;15;-999;-999;17,5
0;0;1;1;2;2;343;877;0;0;3755;12465;-999;-999;977,5;17,5
1;2;1;0;294;890;302;20;3689;19561;3517;188;17,5;17,5;27,5;-999
;1;0;1;5;520;43;527;0;6248;695;7453;-999;22,5;15;22,5
1;0;0;1;243;1;2;184;3149;0;0;2109;1310;-999;-999;15
1;1;1;2;473;249;235;311;6713;2807;2436;6610;20;37,5;22,5;17,5
1;2;1;1;274;213;177;259;2911;5071;2565;2607;35;27,5;15;15
0;0;1;1;2;1;130;255;0;0;1323;3524;-999;-999;52,5;20
1;1;1;0;828;226;390;30;10762;3724;3989;257;20;20;20;55
1;1;1;0;284;216;273;3;4228;3136;3632;0;17,5;22,5;45;-999
0;1;0;1;6;290;32;310;0;3678;120;4169;-999;25;27,5;17,5

```

FIGUUR 2.2. Hetzelfde stuk van de ruwe dataset in notepad, nu met de ';' als scheidingsteken en de komma als decimaalteken. Dit is minder gemakkelijk te lezen, maar excel kan het gewoon importeren.

kolommen	gegevens
A-E	De datum en tijd waarop een meting is gemeten
F	Een tijdstempel, dit is het aantal seconden sinds 1 januari 1970 0:00 uur GMT. Dit is een andere manier om aan te geven wanneer je iets hebt gemeten, dit is een lang getal.
G	Het aantal nanoseconden na de laatste hele seconde in het tijdstempel. Dit is weer een lang getal, dit is handig als je naar coïncidenties tussen stations wilt zoeken en op minder dan een seconde nauwkeurig wilt zien hoe groot het tijdsverschil tussen twee metingen in twee verschillende stations is.
H	Het tijdstempel in nanoseconden, dit is de vorige twee kolommen samengevoegd tot een heel lang getal.
I-L	Het aantal pulsen dat in elke detector is gemeten, in de volgorde detector 1, 2, 3, 4. Dit zijn meestal eencijferige getallen, hoewel er af en toe een meting met twee cijfers tussen zit (dan heb je in één detector veel pulsen gemeten.).
M-P	De maximaal gemeten pulshoogtes in de vier detectoren (zelfde volgorde).
Q-T	De totale oppervlakte onder de gemeten pulsen.
U-V	de relatieve tijdstempels van de eerst gemeten pulsen in de vier detectoren in nanoseconden. Deze kan je gebruiken om de tijdsverschillen uit te rekenen. Als een detector niets heeft gemeten, krijgt deze het relatieve tijdstempel -999 toegewezen.

Één dag aan metingen met een vierdetectorenstation omvat typisch meer dan vijftigduizend meetpunten. Er is een risico dat excel vastloopt als je op zo veel rijen tegelijkertijd een berekening gaat uitvoeren en meestal heb je niet alle data nodig. Voor richtingsbepaling heb je alleen alle metingen nodig waarin in ieder geval detector 1, 3 en 4 iets hebben gemeten. Excel heeft gelukkig een datafilterfunctie onder het tabblad data staan. Als je de knop filter aanklikt, krijg je bij elke kolom een uitklapmenuutje waarin je kunt selecteren welke waarden je wilt weergeven en welke je wilt verbergen. Voor richtingsbepaling kan je in de kolommen met gemeten pulsen selecteren dat je alleen die metingen wilt zien waarin in detector 1, en 3 en 4 ten minste één puls is gemeten. Je kan deze metingen vervolgens kopiëren naar een nieuw excelbestand. Je hebt nu een hanteerbaarder excelbestand. Om dit nog overzichtelijker te maken kan je een aantal kolommen die je niet gebruikt weggooien. Voor richtingsbepaling

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
117848	Sat	Jul	2	23:59:49	2011	1309651189	829546938	1,30965E+18	0	1	1	0	2	176	274	3	0	2590	3901	0	-999	17,5	20	-999
117849	Sat	Jul	2	23:59:46	2011	1309651186	445233129	1,30965E+18	1	0	0	1	171	2	4	241	2135	0	0	3455	15	-999	-999	25
117850	Sat	Jul	2	23:59:46	2011	1309651186	61724583	1,30965E+18	0	1	0	1	2	203	3	623	0	2965	0	8399	-999	17,5	-999	20
117851	Sat	Jul	2	23:59:45	2011	1309651185	607780886	1,30965E+18	1	0	1	0	285	2	191	2	2893	0	2351	0	22,5	-999	15	-999
117852	Sat	Jul	2	23:59:54	2011	1309651194	987958515	1,30965E+18	1	0	0	1	318	1	3	285	4262	0	0	3933	30	-999	-999	15
117853	Sat	Jul	2	23:59:54	2011	1309651194	472819114	1,30965E+18	1	0	0	1	201	5	3	367	2617	0	0	4081	15	-999	-999	27,5
117854	Sat	Jul	2	23:59:54	2011	1309651194	262139548	1,30965E+18	0	0	1	1	10	1	317	342	0	0	3329	4571	-999	-999	30	17,5
117855	Sat	Jul	2	23:59:52	2011	1309651192	880342135	1,30965E+18	1	1	0	0	386	211	4	4	4694	2073	0	0	15	552,5	-999	-999
117856	Sat	Jul	2	23:59:51	2011	1309651191	160625151	1,30965E+18	1	1	1	1	420	1432	257	1775	7341	21228	3323	31877	22,5	17,5	35	20
117857	Sat	Jul	2	23:59:58	2011	1309651198	991926838	1,30965E+18	1	0	1	0	225	1	285	4	2888	0	3152	0	17,5	-999	15	-999
117858	Sat	Jul	2	23:59:58	2011	1309651198	254223792	1,30965E+18	1	0	0	1	356	32	18	269	4381	136	18	2820	17,5	17,5	-999	17,5
117859	Sat	Jul	2	23:59:58	2011	1309651198	149513422	1,30965E+18	1	1	0	0	513	189	3	16	5607	2820	0	16	15	25	-999	-999
117860	Sat	Jul	2	23:59:57	2011	1309651197	23207461	1,30965E+18	0	1	0	1	2	229	4	400	0	3205	0	4135	-999	15	-999	55
117861	Sat	Jul	2	23:59:55	2011	1309651195	892401477	1,30965E+18	0	1	0	1	1	266	3	743	0	3962	0	10419	-999	25	-999	17,5
117862	Sat	Jul	2	23:59:59	2011	1309651199	17214091	1,30965E+18	0	1	0	1	3	393	5	189	0	4811	0	2396	-999	20	-999	17,5
117863																								

FIGUUR 2.3. De ruwe data ingeladen in excel. Deze schermafbeelding is afkomstig van een dataset van een vierde-tectorenstation van twee dagen lang. Het rijnummer geeft aan hoeveel metingen er in die twee dagen zijn opgeslagen.

heb je de hoogtes en oppervlaktes van de gemeten pulsen niet nodig. Dit maakt het bestand waarin je gaat rekenen overzichtelijker. Vergelijk fig. (2.3) en (2.4).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
7953	Jul	2	23:55:01	2011	2	1	1	40	17,5	25	
7954	Jul	2	23:55:02	2011	1	1	1	20	17,5	20	
7955	Jul	2	23:55:17	2011	1	1	1	40	35	17,5	
7956	Jul	2	23:55:46	2011	1	1	1	17,5	27,5	30	
7957	Jul	2	23:56:24	2011	1	1	1	32,5	32,5	25	
7958	Jul	2	23:57:18	2011	1	1	1	55	15	77,5	
7959	Jul	2	23:57:40	2011	1	1	1	15	17,5	25	
7960	Jul	2	23:58:03	2011	1	1	1	20	25	22,5	
7961	Jul	2	23:58:16	2011	1	1	1	20	20	30	
7962	Jul	2	23:58:09	2011	1	1	1	17,5	27,5	20	
7963	Jul	2	23:59:00	2011	1	1	1	50	40	17,5	
7964	Jul	2	23:58:56	2011	1	1	1	50	15	27,5	
7965	Jul	2	23:59:04	2011	1	1	1	30	20	20	
7966	Jul	2	23:59:38	2011	1	1	1	17,5	27,5	52,5	
7967	Jul	2	23:59:51	2011	1	1	1	22,5	35	20	
7968											

FIGUUR 2.4. Nogmaals dezelfde dataset in excel, maar nu gefilterd en ingekort. Alleen alle metingen waarin zowel detector 1, 3 en 4 iets meten zijn weergegeven. Het rijnummer geeft aan hoeveel hiervan zijn. als je dit vergelijkt met fig. (2.3), zie je dat het aantal metingen waarvan je de richting kunt bepalen slechts een klein deel is van het totale aantal opgeslagen metingen. De dag van de week, de absolute tijdstempels, de pulshoogtes, de oppervlaktes onder de pulsen en alle data van detector 2 zijn verwijderd voor de overzichtelijkheid.

Waarschuwing: gooi niet het bestand met ruwe meetdata weg. Ook al ga je werken in met een hanteerbaarder subset van je ruwe data, je moet altijd je ruwe data bewaren voor het geval iemand anders wil nagaan wat je hebt gedaan.

3. DE RICHTING VAN EEN CASCADE BEREKENEN.

Voor het berekenen van de richting waaruit een cascade komt, heb je een aantal gegevens nodig; De oriëntatie van de lijn tussen detector 1 en detector 3, ϕ_{13} , de oriëntatie van de lijn tussen detector 1 en detector 4, ϕ_{14} en de tijdsverschillen tussen de gemeten pulsen in detector 1 en 3 en detector 1 en 4, Δt_{13} en Δt_{14} . ϕ_{13} en ϕ_{14} kan je hard in twee cellen zetten. Als je in één cel een parameter zet die je voor een hele kolom data gaat gebruiken, moet je een oppassen met hoe je in een formule naar die cel verwijst. Als je in excel een formule typt, bijvoorbeeld $C1=A1+B1$, en je kopiëert deze naar de rest van de C-kolom, dan krijg je in de andere cellen van de C-kolom de formules $C2=B2+A2$, $C3=B3+A3$ etc. Dit is handig als je in kolommen A en B een set data hebt staan en beide kolommen bij elkaar wilt optellen. Als je echter in cel A1 de waarde van ϕ_{12} hebt gezet en je wil deze optellen bij alle waarden in kolom B, dan is dat niet handig. Wat je dan kan doen is als formule intypen $C1=\$A\$1+B1$. De dollartekens geven aan dat bij kopiëren van een formule altijd weer naar die cel moet worden verwezen (zie fig. (3.1)).

		C10									
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	1	2			1	22	23			
2		2	3			2	21	23			
3		3	4			3	20	23			
4		4	5			4	19	23			
5		5	6			5	18	23			
6		6	7			6	17	23			
7		7	8			7	16	23			
8		8	9			8	15	23			
9		9	10			9	14	23			
10		10	11			10	13	23			
11		11	12			11	12	23			

FIGUUR 3.1. Als je de waarde uit cel A1 bij alle cellen uit de B-kolom wilt optellen, vul je in cel C1 de formule $=B1+\$A\1 in. Als je deze formule naar de rest van de kolom kopiëert, zal excel altijd weer de waarde van cel A1 gebruiken. Als je twee kolommen bij elkaar wilt optellen, bijvoorbeeld kolom E en kolom F, dan gebruik je de formule $=E1+F1$. Als je deze naar de rest van kolom G kopiëert, dan vult excel in $G2=E2+F2$, $G3=E3+F3$ etc.

Opmerking: als je in excel een formule kopiëert, een hele kolom selecteert en daarin die formule plakt, dan plakt excel de formule in alle cellen van die kolom tot en met cel nummer eenmiljoennogwat. Dit maakt het navigeren in je excelbestand onhandig, als je de schuifbalk een klein stukje naar beneden sleept, zie je alleen nog maar lege cellen. Wat je beter kan doen is de bovenste cel van de kolom waarin je wilt plakken selecteren, de schuifbalk naar beneden slepen, met **shift+klik** de onderste cel van de kolom selecteren en dan plakken.

Als je alle benodigde parameters in excel hebt gezet, kan je berekenen waar de cascade vandaan komt. Het manipuleren van de formules die je nodig hebt kan excel niet zelf. Je zult deze op een papiertje moeten uitrekenen en dan in excel overtypen. Zie ook de leerlinghandleiding ‘Richtingsbepaling van een cascade en omrekening naar hemelbolcoördinaten’. Voor het berekenen van de richting heb je de inverse goniometrische functies, de arcsinus, de arccosinus en de arctangens nodig. Deze worden in excel gegeven door de formules ASIN, ACOS en ATAN, in tegenstelling tot de gebruikelijke arcsin, arccos en arctan of arctg.

Opmerking: alle (inverse) goniometrische functies in excel werken met radialen. Je zult moeten omrekenen. Excel heeft een functie DEGREES, die een waarde van een hoek van radialen naar graden omrekent, en een functie RADIANS, die de waarde van een hoek van graden naar radialen omrekent. Je kan de omrekenfactoren ook handmatig invoeren.

Als je de vergelijking voor de azimuthhoek uitwerkt¹, krijg je een vergelijking van de vorm.

$$\tan(\phi) = \arctan\left(\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}\right)$$

¹Zie ‘Richtingsbepaling van een cascade en omrekening naar equatoriale coördinaten’ §4

Dit inverteren geeft

$$\phi = \arctan\left(\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}\right).$$

De tangens is echter een periodieke functie, $\tan(x) = \tan(x + \pi)$. De inverse functie, de functie die uit de waarde van $\tan(x)$ de waarde van x achterhaalt, geeft echter maar één antwoord, $\arctan(\tan(x)) = x$ met $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$. Dit is slechts de helft van het interval waarop de azimuthhoek is gedefinieerd. De helft van de azimuthhoeken wordt correct berekend, de andere helft zit er π naast. Dit probleem kan worden opgelost door de ATAN2-functie van excel te gebruiken. De ATAN2-functie is een functie met twee argumenten die de arctangens berekent en afgaand op de tekens van de argumenten hier nog π bij optelt of van aftrekt. De ATAN2-functie geeft de volgende waarden

ATAN2(*noemer*; *teller*)=ATAN(*teller*/*noemer*) als de noemer positief is.

ATAN2(*noemer*; *teller*)=ATAN(*teller*/*noemer*)+ π als de noemer negatief is en de teller positief.

ATAN2(*noemer*; *teller*)=ATAN(*teller*/*noemer*)− π als zowel de teller als de noemer negatief zijn.

De ATAN2-functie geeft dus een hoek tussen $-\pi$ en π . Om te weten te komen welk van de argumenten je een minteken moet geven, moet je een aantal situaties uitproberen. Kies voor ϕ_{13} en ϕ_{14} waarden die het rekenwerk zo gemakkelijk mogelijk maken, kies voor ϕ een waarde die het gemakkelijk maakt om Δt_{13} en Δt_{14} te berekenen en kijk waar de mintekens moeten komen zodat de uitkomst van je formule klopt²

Als je alle formules correct hebt ingevoerd krijg je als antwoord voor ϕ toch in sommige cellen #DIV/0! in plaats van een hoek. Dit is geen bug. Als je kijkt naar de gemeten tijdsverschillen die bij een #DIV/0!-waarde horen, kan je gemakkelijk zien waar deze cascade vandaan kwam. Je zult voor de #DIV/0!-waarden de formule voor θ apart moeten invoeren, ook als je de richting van de cascade wilt omrekenen naar equatoriale coördinaten, zal je de #DIV/0!'s apart moeten behandelen. Dit kan je doen met de datafilterfunctie, je kunt filteren op alleen de #DIV/0!'s en voor die rijen kan je dan een aparte formule invoeren.

Als je alle berekening voor de zenithhoek correct hebt uitgevoerd krijg je voor de zenithhoek twee formules van de vorm

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \sin(\theta) &= \text{functie} \\ \theta &= \arcsin(\text{functie}). \end{aligned}$$

Kosmische straling komt van boven, de zenithhoek zal dus tussen 0 en $\frac{\pi}{2}$ liggen. De arcsinus zal altijd een waarde geven op dit interval, je hebt niet zoiets als een ASIN2-functie nodig. In **opgave 1.f** van ‘Richtingsbepaling’ heb je uitgezocht wanneer je welke het beste kan gebruiken. Om ervoor te zorgen dat excel altijd de juiste formule gebruikt kan je een IF-constructie gebruiken. De IF-functie heeft de volgende structuur:

IF(*conditie*; *waarde als goed*; *waarde als fout*).

Wat deze constructie doet uit twee formules eentje kiezen afhankelijk van of aan de conditie wordt voldaan. De conditie is een expressie die met goed of fout kan worden beantwoord, bijvoorbeeld $A1 > B1$. Vul twee getallen in in de cellen A1 en B1, de stelling $A1 > B1$ is goed als A1 groter is dan B1, anders is deze fout. Een simpele toepassing is het selecteren van de grootste van twee getallen:

$C1 = \text{IF}(A1 > B1; A1; B1)$.

Als A1 groter is dan B1, word vult excel de waarde van A1 in in C1, anders vult excel B1 in. Als je twee formules hebt, en de ene werkt beter in één situatie terwijl de andere beter werkt in een andere situatie, dan kan je de best werkende selecteren met

IF(*conditie voor gebruik formule 1*; *formule 1*; *formule 2*)

Als je de juiste conditie invult, gebruikt excel altijd de juiste formule.

Soms is de uitkomst van de arcsinusfunctie #NUM!. Dit is ook geen bug. De oorzaak van deze fout is dat de waarde van de sinus tussen -1 en 1 moet liggen. Soms krijg je aan de rechterkant van vergelijking 3.1) toch iets dat groter is dan 1, dit geeft de #NUM!'s.

Vraag: als je een cascade hebt die onder een hoek zenit $\theta \leq \frac{\pi}{2}$ komt invallen, hoe kan het komen dat je bij de berekening van θ geen reële hoek krijgt?

²Zie ook **Opgave 2.** van ‘Richtingsbepaling’.

4. HET OMREKENEN VAN DE RICHTING VAN DE CASCADE NAAR EEN POSITIE OP EEN STERRENKAART

Als je de richting waaruit een casade komt wilt omrekenen naar een positie op een sterrenkaart, moet je twee dingen weten, waar je detector staat en de lokale siderische tijd aldaar. Op de HiSPARC-website staan van alle detectiestations de breedte- en lengtegraad in graden. Houd er rekening mee dat alle breedtegraden zijn gegeven t.o.v. de evenaar, je moet dit zelf omrekenen naar een breedtegraad t.o.v. de noordpool. Voor de lokale siderische tijd moet je weten hoe laat je een deeltje hebt gemeten, op welke lengtegraad je detectiestation zit, het tijdsverschil tussen de lokale tijd en de GMT en wanneer de laatste lente-equinox plaatsvond. Alle metingen die voor θ #NUM! geven, moet je weghalen, deze geven geen richtingen die een fysieke betekenis hebben.

Voor het berekenen van de siderische tijd zul je met verschillende getaltypen in excel moeten werken. Hier volgt een stappenplan voor hoe dit te doen met de getaltypen die je nodig hebt.

Voer eerst de volgende waarden in:

- De datum en tijd van de laatste lente-equinox (staat op wikipedia) in het getaltype 14-03-01 13:30 (datum en tijd) Je kan dit doen door het uitklapmenuutje met getaltypen in het tabblad home te openen en op de optie more number formats te klikken en het juiste type aan te klikken onder het submenuutje time. Je krijgt iets van de vorm dd-mm-jj uu:mm (van 0 tot 24 uur, maak je geen zorgen om de seconden, op de minuut nauwkeurig is nauwkeurig genoeg.).
- Nogmaals het tijdstip van de lente-equinox in het standaardtijdstype van excel, dit is van de vorm uu:mm:00 .
- De duur van de siderische dag: 23:56:04.091
- De verhouding tussen de duur van de siderische dag en de zonnedag, uitgedrukt als 'general number format'. Als je de duur van de siderische dag naar een lege cel kopiëert en het getaltype in 'general number format' verandert, krijg je deze automatisch.
- Het tijdsverschil met de GMT, dit is 1:00 uur voor Nederlandse wintertijd en 2:00 uur voor Nederlandse zomertijd.
- De lengtegraad waarop je detectiestation staat.

	A	B	C
1	Lente-equinox	2-3-2011 23:21	
2	Tijdstip lente-equinox	23:21	
3	Breedtegraad	52 1/2	
4	Breedtegraad (t.o.v. pool, in radialen)	0,654498469	
5	Lengtegraad	4 3/4	
6	Duur siderische dag	23:56:04	
7	Siderische dag/zonnedag	0,997269572	
8	Tijdszone	2:00	
9			

FIGUUR 4.1. De parameters die je moet invoeren om de richting van een cascade om te rekenen naar equatoriale coördinaten.

De procedure is als volgt

- Zet in één kolom de datum waarop een meting heeft plaatsgevonden, zet dit in het getaltype 14-03-01 13:30 Je krijgt iets van de vorm dd-mm-jj 0:00
- Zet in de volgende kolom de tijd waarop de meting heeft plaatsgevonden. Deze moet in de vorm uu:mm:ss.
- Tel deze twee bij elkaar op, je krijgt iets van de vorm dd:mm:jj uu:mm (die seconden onthoudt excel wel, maar hij toont ze niet.)
- Trek hier vanaf de datum en het tijdstip van de laatste lente-equinox en het tijdsverschil met de GMT, druk het antwoord uit in het getaltype 30:37:55. Je hebt nu het tijdsverschil tussen de meting en de laatste lente-equinox, uitgedrukt in uren, minuten en seconden. Tel hierbij op het tijdstip waarop de lente-equinox plaatsvond. Gebruik de MOD-functie om de rest bij deling te bepalen. $\text{MOD}(\text{teller}; \text{noemer})$ geeft de rest bij de deling van *teller* door *noemer*, je hebt nu de Greenwich siderische tijd berekend.

- Je kunt nu de lokale siderische tijd berekenen of gelijk de rotatie van je detectiestation t.o.v. 0:00 uur(Φ) siderische tijd berekenen, ik doe hier het laatste.
Vermenigvuldig de Greenwich siderische tijd met 2π , deel door de factor verhousing siderische dag/zonnedag en tel de lengtegraad waarop je detectiestation staat erbij op. Zet de uitkomst in het 'general number format'. Je weet nu hoe ver het zenit van je detectiestation om de rotatieas van de aarde is geroteerd t.o.v. 0:00 uur siderische tijd.

De andere hoek die je moet weten, Θ , is de breedtegraad van je detectiestation t.o.v. de noordpool, deze is gemakkelijk te berekenen.

Je hebt nu berekend onder welke hoek het zenit van je detectiestation staat in de coördinaten van de sterrenkaart. Je kunt nu gaan omrekenen van het ene coördinaatstelsel naar het andere. Hiervoor heb je de volgende parameters nodig. De zenit- en azimuthhoek, θ en ϕ zoals berekend in §3 en de Θ en Φ zoals hierboven berekend. Θ is voor alle metingen hetzelfde, deze kan je in één cel zetten, voor de andere drie moet je een kolom met berekende waarden maken.

Tip: Je kunt op een nieuw werkblad verdergaan als je dat overzichtelijker vindt. Naar cellen op het oude werkblad kan je in formules verwijzen met =[naam werkblad]![celnummer].

Afleiden hoe je van een zenit- en een azimuthhoek omrekenet naar een rechte klimming en een declinatie is niet gemakkelijk. In de lesmodule 'Richtingsbepaling van een cascade en omrekening naar hemelbolcoördinaten' zijn de formules gegeven. Voor de #DIV/0!'s moet uit deze formules alleen alle termen nemen die niet van ϕ afhangen.

Tip: Als je met de hulpvariabelen x , y en z werkt³, kan je ter controle kijken of $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ geldt. Als dit niet het geval is, heb je ergens een fout gemaakt. Probeer zelf meer controlemethodes te bedenken.

	A1																	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
1	Lente-equinox	20-3-2011 23:21	Datum	Tijd	Datum+Tijd	Tijfs sinds lei	GST	Φ	Θ	ϕ	x	y	z	$x^2+y^2+z^2$	δ	α		
2	Tijdstip lente-ec	23:21	1-7-2011	0:00:12	1-7-2011 0:00	2446:39:12	4:45:11	1,33063	0,150568	2,879793	0,078114	0,482185	0,87258	1	60,75986	80,79806		
3	Breedtegraad	52 1/2	1-7-2011	0:00:09	1-7-2011 0:00	2446:39:09	4:45:08	1,330411	0,1505393	1,308997	-0,51159	0,723856	0,462935	1	27,57667	125,251		
4	Breedtegraad (t.	0,654498469	1-7-2011	0:00:25	1-7-2011 0:00	2446:39:25	4:45:24	1,331578	1,021584	-2,61284	0,354875	-0,36085	0,862469	1	59,59491	314,5218		
5	Lengtegraad	4 3/4	1-7-2011	0:00:30	1-7-2011 0:00	2446:39:30	4:45:29	1,331942	0,174083	2,356194	-0,00014	0,517108	0,85592	1	58,86154	90,01509		
6	Duur siderische	23:56:04	1-7-2011	0:00:35	1-7-2011 0:00	2446:39:35	4:45:34	1,332307	0,304693	2,879793	0,007429	0,359238	0,933216	1	68,94187	88,81528		
7	Siderische dag/z	0,997269572	1-7-2011	0:01:08	1-7-2011 0:01	2446:40:08	4:46:07	1,334713	1,389528	-2,48865	0,46169	-0,63571	0,61864	1	38,21689	305,9893		
8	Tijdszone	2:00	1-7-2011	0:02:37	1-7-2011 0:02	2446:41:37	4:47:36	1,341203	0,972215	1,399906	-0,68931	0,627828	0,361506	1	21,19269	137,6725		
9			1-7-2011	0:03:16	1-7-2011 0:03	2446:42:16	4:48:15	1,344047	0,408096	-2,02272	0,442589	0,330228	0,833706	1	56,48129	36,72762		
10			1-7-2011	0:03:45	1-7-2011 0:03	2446:42:45	4:48:44	1,346162	0,262823	0,261799	0,10974	0,782159	0,613338	1	37,83127	82,01333		
11			1-7-2011	0:03:37	1-7-2011 0:03	2446:42:37	4:48:36	1,345579	0,554811	-2,43849	0,37637	0,117557	0,918981	1	66,77755	17,34587		

FIGUUR 4.2. Het eindresultaat van de omrekening naar equatoriale coördinaten. Kolom O geeft de declinatie en kolom P de rechte klimming (beiden in graden).

5. COÖRDINATEN INLADEN IN GOOGLE EARTH.

Google earth heeft ook een sterrenkaart. In deze sterrenkaart kan je de coördinaten van objecten inladen en google earth geeft dan de posities aan. Deze functie is bruikbaar als je van duizenden kosmische deeltjes tegelijk wilt weten waar ze vandaan komen.

In de vorige paragraaf staat uitgelegd hoe je de declinatie en rechte klimming in radialen kunt berekenen. Google earth werkt met graden, je moet dus omrekenen als je dat nog niet hebt gedaan.⁴ Als laatste moet je 180° graden

³zie 'Richtingsbepaling van een cascade en omrekening naar equatoriale coördinaten' §6.

⁴In de sterrenkaart staat de rechte klimming weliswaar aangegeven in een uurhoek, maar op de achtergrond gebruikt de sterrenkaart dezelfde software als de wereldkaart, die met graden werkt.

van de rechte klimming aftrekken om de juiste waarde te krijgen (google earth beschouwt 0:00 u rechte klimming als -180°).

Het bestandstype dat google earth gebruikt is is .kml. .kml-codes lijken sterk op .xml-codes die voor het maken van webpagina's worden gebruikt, je kunt deze ook in notepad schrijven en dan als .kml opslaan. Als je de rechte klimming en declinatie in excel hebt berekend, kan je deze exporteren en bewerken en daarna als .kml-bestand opslaan. De procedure is als volgt.

Open een nieuw excel-bestand, zorg ervoor dat excel als decimaalteken de punt gebruikt, .kml hanteert als decimaalteken ook de punt. Als excel de punt niet als decimaalteken gebruikt kan je dit veranderen via excel options→advanced. Plak alle berekende rechte klimmingen in kolom B (in graden en met de correcte conventies) en in kolom D de berekende declinaties. De andere kolommen kan je gebruiken om je .kml-code in te zetten. Van de berekende coördinaten ga je placemarks maken. Dit zijn locaties die google earth kan lezen. Zet in kolommen C en E komma's en in kolom F nullen⁵. In kolom A kan je nu de placemark-tag zetten:

<placemark><name></name><description></description><point><coordinates>. Een placemark bevat drie objecten, een naam, een beschrijving en een punt dat met coördinaten wordt aangegeven. De naam en de beschrijving heb ik hier leeg gelaten. Deze kan je gebruiken als je extra informatie over de deeltjes wilt geven, voel je vrij om hiermee te experimenteren. De coördinaten staan in kolommen B t/m F gegeven. In kolom G kan je dan de afsluitende tags </coordinates></Point></Placemark> zetten. In elke rij van het exceldocument staat nu een placemark, voor elk deeltje één.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		α	δ					
2	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-99.2019	60.75986	0	</coordinates></Point></Placemark>			
3	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-54.749	27.57667	0	</coordinates></Point></Placemark>			
4	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	134.5218	59.59491	0	</coordinates></Point></Placemark>			
5	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-89.9849	58.86154	0	</coordinates></Point></Placemark>			
6	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-91.1847	68.94187	0	</coordinates></Point></Placemark>			
7	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	125.9893	38.21689	0	</coordinates></Point></Placemark>			
8	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-42.3275	21.19269	0	</coordinates></Point></Placemark>			
9	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-143.272	56.48129	0	</coordinates></Point></Placemark>			
10	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-97.9867	37.83127	0	</coordinates></Point></Placemark>			
11	<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>	-162.654	66.77755	0	</coordinates></Point></Placemark>			

FIGUUR 5.1. De berekende posities aan de hemelbol, voorbewerkt om te worden omgezet naar .kml. Ik heb hier gebruik gemaakt van de minimale placemark-tag, dus geen naam en geen beschrijving. Tussen het maken van fig (4.2) en deze afbeelding heb ik het decimaalteken veranderd van de komma naar de punt. Ook heb ik van alle rechte klimmingen 180° afgetrokken zodat google earth ze correct interpreteert. De α en de δ staan er alleen ter verduidelijking, als je dit werkblad gaat opslaan als .csv-bestand, moet je deze **verwijderen**.

Als je alles met **ctrl+C**, **ctrl+V** alles in notepad zet, er de juiste koptekst boven zet en de juiste voettekst onder zet en dan opslaat als .kml, dan zal dit op een windowscomputer werken, op andere besturingssystemen werkt dit helaas niet. Om een compatibeler bestand te maken moet je iets meer moeite doen. Sla je excelbestand op als .csv-bestand en open dit bestand in notepad, je krijgt iets te zien zoals fig. (5.2). Haal de scheidingstekens die de afscheiding tussen de kolommen in excel aangeven eruit. Meestal is het scheidingsteken een ;, maar dat kan afhangen van de instellingen van je computer. Je kunt alle scheidingstekens eruit halen met **ctrl+H**. Vervang het scheidingsteken door niets (ook niet door een spatie, laat de onderste tekstbalk helemaal leeg.) en klik 'Replace All' (zie fig. (5.3)). Als je er nu een koptekst en een voettekst omheen zet, en het bestand als .kml opslaat werkt het ook op andere besturingssystemen dan windows. De koptekst die je erboven moet zetten is:

```
<?xml version="1.0"encoding="UTF-8"?>
```

⁵De reden dat je een kolom nullen nodig hebt is dat de sterrenkaart met dezelfde software werkt als de wereldkaart, op de wereldkaart moet je in een placemark naast een lengte- en breedtegraad ook een hoogte aangeven, in de sterrenkaart staat alles op zeeniveau geprojecteerd.

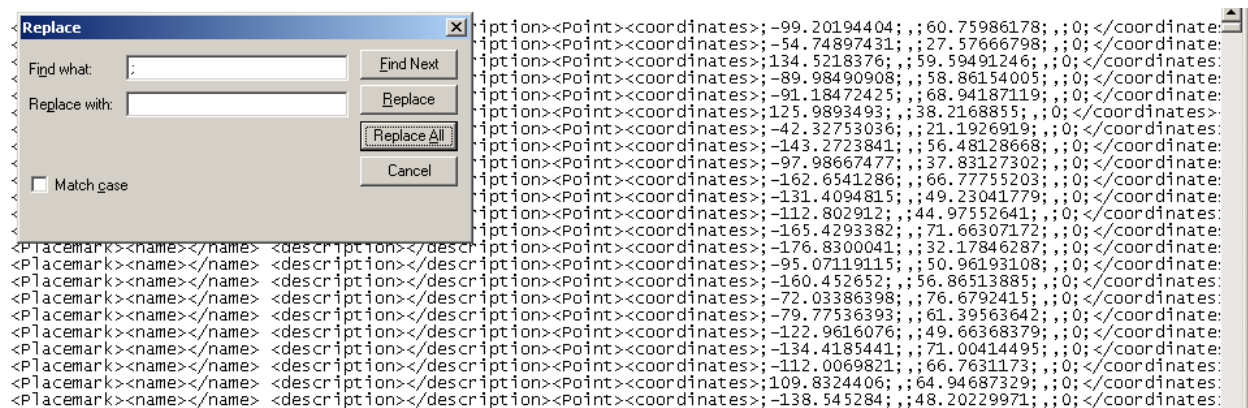
```
<kml xmlns="http://www.opengis.net/kml/2.2"hint="target=sky">
<Document>
De voettekst is:
</Document>
</kml>
```

Het bestand ziet er dan uit zoals in fig. (5.4)

Als je nu op opslaan als klikt en je bestand opslaat als [naam].kml, krijg je een bestand waarmee je de positie van al je kosmische deeltjes in de sterrenkaart van google earth kunt zien. Als je dubbelklikt op het .kml-bestand, opent google earth het automatisch en krijg je een dialoogvenster waarin je word gevraagd naar de sterrenkaart te gaan. Als je dat doet, krijg je een sterrenkaart te zien met daarin de berekende posities van alle gemeten deeltjes (fig. (5.5)).

```
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-99.20194404;;60.75986178;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-54.74897431;;27.57666798;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;134.5218376;;59.59491246;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-89.98490908;;58.86154005;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-91.18472425;;68.94187119;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;125.9893493;;38.2168855;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-42.32753036;;21.1926919;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-143.2723841;;56.48128668;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-97.98667477;;37.83127302;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-162.6541286;;66.77755203;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-131.4094815;;49.23041779;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-112.802912;;44.97552641;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-165.4293382;;71.66307172;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-176.8300041;;32.17846287;;0;</coordinate>
<Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>;-95.07119115;;50.96193108;;0;</coordinate>
```

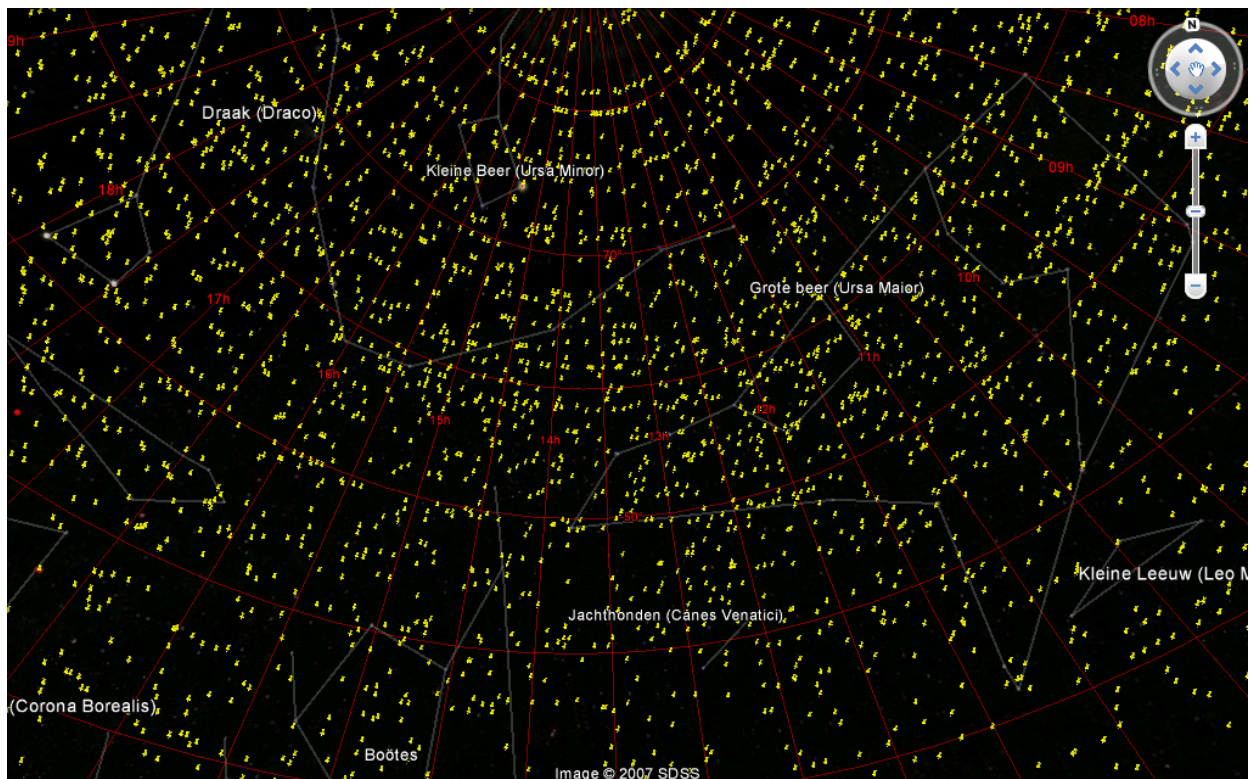
FIGUUR 5.2. De data uit fig (5.1) opgeslagen als .csv en geopend in notepad. De oorspronkelijke afscheidingen tussen de cellen worden aangegeven met een ‘;’.



FIGUUR 5.3. Vervang alle ‘;’s door niets. Gebruik ctrl+H.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<kml xmlns="http://www.opengis.net/kml/2.2" hint="target=sky">
  <Document>
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-99.20194404,60.75986178,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-54.74897431,27.57666798,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>134.5218376,59.59491246,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-89.98490908,58.86154005,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-91.18472425,68.94187119,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>125.9893493,38.2168855,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-42.32753036,21.1926919,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-143.2723841,56.48128668,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-97.98667477,37.83127302,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-162.6541286,66.77755203,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-131.4094815,49.23041779,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-112.802912,44.97552641,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-165.4293382,71.66307172,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-176.8300041,32.17846287,0</coordinates></Po
    <Placemark><name></name> <description></description><Point><coordinates>-95.07119115,50.96193108,0</coordinates></Po
```

FIGUUR 5.4. Het .kml-bestand dat je krijgt als je alles goed hebt gedaan.



FIGUUR 5.5. het eindresultaat, de deeltjes zijn ingetekend in een sterrenkaart (gele puntjes).